VẤN ĐỀ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN VỚI MA TRẬN CHUẨN KHÔNG XÁC ĐỊNH DƯƠNG TRONG BÀI TOÁN XÂY DỰNG CƠ SỞ DỮ LIỆU DỊ THƯỜNG TRỌNG LỰC THEO PHƯƠNG PHÁP KRIGING TỔNG QUÁT

PGS. TSKH. HÀ MINH HOÀ

Viện Khoa học Đo đạc và Bản đồ

Tóm tắt:

Tiếp theo bài báo khoa học (Hà Minh Hòa (2015)), trong bài báo này chúng ta sẽ nghiên cứu phương pháp xác định vectơ trong mô hình bài toán nội suy các giá trị dị thường trọng lực tại các đỉnh của các ô chuẩn trong cơ sở dữ liệu (CSDL) dị thường trọng lực quốc gia từ các giá trị dị thường trọng lực trên các điểm trọng lực chi tiết. Chúng ta sẽ chỉ ra rằng phương pháp bình sai truy hồi với phép biến đổi xoay T^{-T} cho phép giải quyết hiệu quả hệ phương trình chuẩn với ma trận chuẩn không xác định dương liên quan với bài toán xác định vectơ

1. Đặt vấn đề

Như đã trình bày trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*), giả thiết rằng trên tập hợp Q gồm điểm trọng lực chi tiết chúng ta đã xác định được n giá trị biến ngẫu nhiên (các giá trị dị thường trọng lực) $L[X_i]$ $(i = 1,2,...,n)$. Bài toán được đặt ra là cần xác định biến ngẫu nhiên $\tilde{Z}(\chi_P)$ tại điểm p thuộc tập hợp P sao cho thỏa mãn các điều kiện:

- Không xê dịch

$$E\left[\tilde{L}(\chi_P)-L(\chi_P)\right]=0, \quad (1)$$

- Sai số trung phương cực tiểu

$$E\left[\tilde{L}(\chi_P)-L(\chi_P)\right]^2=\min, \quad (2)$$

ở đây E[.] - kỳ vọng toán học, còn P là tập hợp các đỉnh của các ô chuẩn (grid) trong CSDL dị thường trọng lực đang được xây dựng.

Như đã đánh giá trong các tài liệu (*Chauvet P and Galli A. (1982); Reguzzi M., Sansó F. and Venuti G. (2005)*), các đánh giá theo phương pháp collocation trung phương hoặc phương pháp kriging đơn giản được đặt trên cách tiếp cận Wiener - Kolgomorov trong trường ngẫu nhiên tĩnh tại D mà trong đó giá trị trung bình μ của các biến ngẫu nhiên là không đổi (hoặc bằng 0) và thỏa mãn điều kiện:

$$E\left[L(\chi)\right]=\mu(\chi_1)=\mu(\chi_2)=...=\mu(\chi_n)=\mu=const, \quad (3)$$

thêm vào đó giá trị trung bình của các biến ngẫu nhiên $E\left[L(\chi)\right]=\mu$ có thể bằng 0 có thể khác 0 và luôn là đại lượng không đổi trong trường ngẫu nhiên tĩnh tại.

Tuy nhiên, trong thực tế, các biến ngẫu nhiên *L(X)* (các giá trị dị thường trọng lực trên các điểm trọng lực) được phân bố tại các vị trí khác nhau trong trường vật lý không đồng nhất. Do đó điều kiện (3) không được thỏa mãn và mỗi biến ngẫu nhiên *L(X)* có thành phần

Ngày nhận bài: 30/7/2015 Ngày chấp nhận đăng:10/8/2015

trend $A(\chi)=\mu(\chi)$ riêng rẽ và các thành phần trend của các biến ngẫu nhiên *L(X)* luôn khác nhau.

Do đó, chúng ta phải xác định vectơ của các thành phần trend đối với n biến ngẫu nhiên *L(X)* trên n điểm thuộc tập hợp Q ở dạng sau:

$$\Omega(\chi)=\begin{bmatrix}\mu(\chi_1)\\ \mu(\chi_2)\\ .\\ \mu(\chi_n)\end{bmatrix}, \tag{4}$$

thêm vào đó $\mu(\chi_i)=E[L(\chi_i)]$ và các thành phần của vectơ Ω không thỏa mãn điều kiện (3).

Khi đó, đánh giá giá trị tin cậy nhất của biến ngẫu nhiên $\widetilde{L}(\chi_P)$ tại điểm p thuộc tập hợp P dưới dạng sau:

$$\widetilde{L}(\chi_P)=\lambda^T.L(\chi)=\lambda^T\Omega+\widetilde{Z}(\chi_p)=\mu(\chi_P)+\lambda^T.Z(\chi), \tag{5}$$

ở đây giá trị trung bình (trend) tin cậy nhất tại điểm p được xác định theo công thức:

$$\mu(\chi_P)=\lambda^T.\Omega, \tag{6}$$

còn vectơ *Z(X)* có dạng:

$$Z(\chi)=\begin{bmatrix}Z(\chi_1)\\ Z(\chi_2)\\ .\\ Z(\chi_n)\end{bmatrix},$$

thêm vào đó thành phần thức i (i=1,2,…,n) của vectơ *Z(X)* được xác định theo công thức:

$$Z(\chi_i)=L(\chi_i)-\mu(\chi_i). \tag{7}$$

Trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*) dựa trên điều kiện (1) đã chứng minh được rằng vectơ λ^T thỏa mãn điều kiện:

$$\lambda^T.e=1 \tag{8}$$

với vectơ

$$e=\begin{bmatrix}1\\ 1\\ .\\ 1\end{bmatrix}_{nx1}.$$

Từ các công thức nêu ở trên, chúng ta thấy rằng việc đánh giá giá trị tin cậy nhất $\widetilde{L}(\chi_P)$ của điểm p trong tập hợp P theo công thức (5) đòi hỏi phải giải quyết hai bài toán:

Bài toán thứ nhất: Xác định vectơ của các thành phần trend $\Omega(\chi)$ (4) đối với n biến ngẫu nhiên *L(X)* trên n điểm thuộc tập hợp Q.

Bài toán thứ hai: Khi đã biết vectơ $\Omega(\chi)$ chúng ta hoàn toàn xác định được vectơ *Z(X)* với các thành phần được tính toán theo công thức (7) đối với n biến ngẫu nhiên *L(X)* trên n điểm thuộc tập hợp Q. Tiếp theo, để xác định $\mu(\chi_P)$ theo công thức (6) và $\widetilde{L}(\chi_P)$ theo công thức (5), chúng ta phải xác định vectơ λ thỏa mãn điều kiện (8).

Bài toán thứ nhất đã được giải quyết trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*). Trong bài báo khoa học này, chúng ta sẽ nghiên cứu giải quyết bài toán thứ hai.

2. Giải quyết vấn đề

Trong các tài liệu (*Marcin Ligas, Marek Kulczycki (2014)*) đã biểu diễn mô hình trend dưới dạng sau:

$$\mu(\chi) = \beta_0 + x.\beta_1 + y.\beta_2 + x.y.\beta_3 + x^2.\beta_4 + y^2.\beta_5 + \ldots \tag{9}$$

ở đây x,y - các tọa độ của điểm.

Giả thiết đa thức (9) có q+1 bậc, chúng ta ký hiệu:

$$f_0(\chi) = 1,\ f_1(\chi) = x,\ f_2(\chi) = y,\ f_3(\chi) = x.y,\ f_4(\chi) = x^2,\ f_5(\chi) = y^2 \ldots$$

Khi đó công thức (9) có dạng:

$$\mu(\chi) = f_0(\chi).\beta_0 + f_1(\chi).\beta_1 + f_2(\chi).\beta_2 + f_3(\chi).\beta_3 + f_4(\chi).\beta_4 + f_5(\chi).\beta_5 + \ldots \tag{10}$$

Lưu ý (10), vế trái của công thức (6) có dạng:

$$\mu(\chi_P) = f_0(\chi_P).\beta_0 + f_1(\chi_P).\beta_1 + f_2(\chi_P).\beta_2 + f_3(\chi_P).\beta_3 + f_4(\chi_P).\beta_4 + f_5(\chi_P).\beta_5 + \ldots \tag{11}$$

còn vế phải của công thức (6), khi lưu ý (4) và $f_0(\chi) = f_0(\chi_p) = 1,$ có dạng:

$$\begin{aligned} &\lambda_1.\mu(\chi_1) + \lambda_2.\mu(\chi_2) + \ldots + \lambda_n.\mu(\chi_n) = \\ &= \beta_0.\sum_{i=1}^{n}\lambda_i + \beta_1.\sum_{i=1}^{n} f_1(\chi_i).\lambda_i + \beta_2.\sum_{i=1}^{n} f_2(\chi_i).\lambda_i + \ldots + \beta_q.\sum_{i=1}^{n} f_q(\chi_i).\lambda_i. \end{aligned} \tag{12}$$

Từ điều kiện (8), chúng ta thấy rằng trong công thức (12) thành phần $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1.$ Lưu ý đẳng thức (6), khi so sánh (11) và (12) chúng ta nhận được q phương trình điều kiện:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} f_1(\chi_i).\lambda_i = f_1(\chi_P); \\ &\sum_{i=1}^{n} f_2(\chi_i).\lambda_i = f_2(\chi_P); \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\sum_{i=1}^{n} f_q(\chi_i).\lambda_i = f_q(\chi_P). \end{aligned} \tag{13}$$

Trong các tài liệu (*Hivronen R.A. (1962*); *Goovaerts P. (1997); Olea R. A. (1999); Jekeli Ch. (2010)*; *Marcin Ligas, Marek Kulczycki (2014)*) đã sử dụng các điều kiện (13) cùng với điều kiện (8) để tìm cực tiểu của hàm (2). Như đã trình bày trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*), ma trận hiệp phương sai C_{LL} của các biến ngẫu nhiên $L(X)$ được xác định trên cơ sở xác định dạng và các tham số của hàm bán phương sai lý thuyết dựa trên hàm bán phương sai thực nghiệm. Các hàm bán phương sai lý thuyết thường được sử dụng là hàm số mũ, hàm Gauss, hàm cầu, hàm tuyến tính. Giả thiết rằng ma trận C_{LL} đã được xác định. Ngoài ra, chúng ta nhận phương sai của biến ngẫu nhiên $L(X_P)$ bằng:

$$C(0) = E\left[(L(\chi) - \mu(\chi))^2\right]$$

Khi đó, chúng ta biểu diễn điều kiện (2) dưới dạng hàm:

$$\Phi(\lambda) = E\left[\widetilde{L}(\chi_P) - L(\chi_P)\right]^2 = E\left[\lambda^T.L(\chi) - L(\chi_P)\right]^2 =$$
$$= V\left[\lambda^T.L(\chi)\right] + V\left[L(\chi_P)\right] - 2.Cov\left[\lambda^T.L(\chi).L(\chi_P)\right]$$

hay

$$\Phi(\lambda) = \lambda^T.C_{L(\chi),L(\chi)}.\lambda + C(0) - 2.\lambda^T.C_{L(\chi),L(\chi_P)}. \tag{14}$$

Tìm cực trị hàm (14) dưới các điều kiện (8), (13) dẫn đến hệ phương trình chuẩn (*Goovaerts P. (1997); Olea R. A. (1999); Marcin Ligas, Marek Kulczycki (2014)*):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} & 1 & f_1(\chi_1) & f_2(\chi_1) & \ldots f_q(\chi_1) \\ . & \ldots\ldots\ldots & . & & & & \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} & 1 & f_1(\chi_n) & f_2(\chi_n) & \ldots f_q(\chi_n) \\ 1 & . \ldots\ldots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_1(\chi_1) & & f_1(\chi_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_q(\chi_1) & & f_q(\chi_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ . \\ . \\ \lambda_n \\ k_1 \\ k_2 \\ . \\ k_{q+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1P} \\ . \\ . \\ C_{nP} \\ 1 \\ f_1(\chi_P) \\ f_q(\chi_P) \end{bmatrix}, \tag{15}$$

ở đây ma trận chuẩn

$$\overline{R} = \begin{bmatrix} C & \overline{F}^T(\chi) \\ \overline{F}(\chi) & 0 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

còn ma trận

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ . & \cdots\cdots\cdots & \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

ma trận $\overline{F}^T(\chi)$ có dạng công thức (16) trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*), vectơ $K = (k_1\ k_2\ \ldots\ k_{q+1})^T$ là vectơ các nhân tử Lagrange.

Khi ký hiệu các vectơ con số hạng tự do

$$C_{Q,p} = \begin{bmatrix} C_{1P} \\ . \\ . \\ C_{nP} \end{bmatrix}; \quad W_p = \begin{bmatrix} 1 \\ f_1(\chi_P) \\ f_q(\chi_P) \end{bmatrix}, \tag{18}$$

ở đây các thành phần số hạng tự do $C_{i,p}$ $(i = 1,2,\ldots,n)$ là các mối liên hệ không gian giữa biến ngẫu nhiên $L(X_i)$ thuộc tập hợp Q và $L(X_P)$ tại điểm p thuộc tập hợp P.

Vectơ số hạng tự do W_P trong công thức (18) bằng vectơ $F^T(X)$ ở dạng (14) trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*) được xác định tại điểm p.

Hệ phương trình chuẩn (15) có dạng:

$$\begin{bmatrix} C & \overline{F}^T(\chi) \\ \overline{F}(\chi) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^T \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Q,p} \\ W_p \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Việc giải phương trình (19) đảm bảo việc xác định được vectơ λ thỏa mãn cả điều kiện (8) lẫn điều kiện (13). Tuy nhiên, vấn đề phức tạp ở đây là ma trận chuẩn R (16) xác định không dương. Điều này tạo ra rất nhiều khó khăn khi giải hệ phương trình chuẩn (19) theo phương pháp Choleski.

Để tránh phải giải hệ phương trình chuẩn (19), trong bài báo này đề xuất phương pháp như sau. Chúng ta cũng lưu ý rằng vectơ λ^T được xác định từ việc giải hệ phương trình chuẩn (19) chỉ tương ứng với một điểm p thuộc tập hợp P với mục đích xác định giá trị tin cậy $\tilde{L}(\chi_P)$ của điểm này theo công thức (5). Như vậy, nếu trong tập hợp P có m điểm, thì chúng ta phải giải m hệ phương trình chuẩn (19) để xác định m vectơ λ^T khác nhau tương ứng với m điểm thuộc tập hợp P. Tuy nhiên, m hệ phương trình chuẩn (19) chỉ khác nhau ở m vectơ số hạng tự do nằm ở vế phải của hệ phương trình này. Tính chất này sẽ được sử dụng để xây dựng phương pháp xác định chỉ vectơ λ^T được đề xuất ở dưới đây.

Theo phương pháp viền (*Bordering method*), khi cho ma trận chuẩn

$$\overline{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix},$$

ma trận nghịch đảo $\overline{Q} = \overline{R}^{-1}$ của nó có dạng

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}, \tag{20}$$

ở đây

$$Q_{11} = R_{11}^{-1} - Q_{12}.R_{21}.R_{11}^{-1};\ Q_{12} = -R_{11}^{-1}.R_{12}.Q_{22};$$
$$Q_{21} = Q_{12}^{T};\ Q_{22} = \left(R_{22} - R_{21}.R_{11}^{-1}.R_{12}\right)^{-1}.$$

Dựa trên phương pháp này, ma trận nghịch đảo $\overline{Q} = \overline{R}^{-1}$ của ma trận chuẩn (16) có dạng (20), ở dưới đây

$$\begin{aligned} &Q_{11} = C^{-1} - C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}; \\ &Q_{12} = C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}; \\ &Q_{21} = \left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}; \\ &Q_{22} = \left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}. \end{aligned} \tag{21}$$

Khi đó, từ hệ phương trình chuẩn (19) lưu ý (20), (21) chúng ta sẽ nhận được phương trình xác định vectơ nghiệm λ^T ở dạng sau:

$$\begin{aligned} &\lambda^{T} = Q_{11}.C_{Q,p} + Q_{12}.W_{p} = \\ &= \left\{C^{-1} - C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}\right\}.C_{Q,p} + \\ &+ C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.W_{p} = \lambda_{1}^{T} + \lambda_{2}^{T}, \end{aligned} \tag{22}$$

ở đây

$$\lambda_{1}^{T} = \left\{C^{-1} - C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}\right\}.C_{Q,p}; \tag{23}$$

$$\lambda_{2}^{T} = C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi).\left[\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^{T}(\chi)\right]^{-1}.W_{p}. \tag{24}$$

Từ (22) chúng ta thấy rằng đối với mỗi điểm p thuộc tập hợp P cần xác định các số hạng tự do $C_{Q,P}$ và W_P. Khi thay chúng vào (22), chúng ta sẽ nhận được vectơ nghiệm λ^T tương ứng với điểm p xác định.

Bây giờ chúng ta sẽ nghiên cứu phương pháp xác định vectơ nghiệm λ^T mà không phải giải hệ phương trình chuẩn (19) với ma trận chuẩn không xác định dương. Đầu tiên, chúng ta xem xét công thức nghịch đảo ma trận ở dạng (*Duncan W.J. (1944)*):

$$\left(C+\overline{F}^T(\chi).\overline{P}.\overline{F}(\chi)\right)^{-1}=C^{-1}-C^{-1}.\overline{F}^T(\chi).(\overline{P}^{-1}+\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^T(\chi))^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}.$$

Nếu thay $\overline{P}$ trong biểu thức trên bằng $\overline{P}=\infty.E_{qxq}$, ở đây $E_{(q+1)(q+1)}$ - ma trận đơn vị bậc q, thì

$$\left(C+\overline{F}^T(\chi).\overline{P}.\overline{F}(\chi)\right)^{-1}=C^{-1}-C^{-1}.\overline{F}^T(\chi).(\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^T(\chi))^{-1}.\overline{F}(\chi).C^{-1}.$$

Khi so sánh biểu thức trên với (23), chúng ta thấy rằng vectơ nghiệm thành phần λ_1^T hoàn toàn xác định được từ giải hệ phương trình số cải chính:

$$\begin{aligned} &V_1=E_{nxn}.\lambda_1^T-C^{-1}.C_{Q,p}, \quad P_1=C,\\ &V_F=\overline{F}(\chi).\lambda_1^T+0.0, \quad \overline{P}=\infty.E_{(q+1)(q+1)}, \end{aligned} \qquad (25)$$

theo nguyên tắc bình phương nhỏ nhất, ở đây E_{nxn} và $E_{(q+1)(q+1)}$ - các ma trận đơn vị bậc n và bậc q+1 một cách tương ứng.

Khi đó, vectơ nghiệm thành phần λ_1^T (23) liên hệ với hệ phương trình chuẩn

$$\left(C+\overline{F}^T(\chi).\overline{P}.\overline{F}(\chi)\right)\lambda_1^T=C_{Q.p}. \qquad (26)$$

Hệ phương trình số cải chính (25) dễ dàng được triển khai nhờ thuật toán truy hồi biến đổi xoay T^{-T} (xem *Hà Minh Hòa (2013)*). Đối với hệ phương trình con thứ hai trong hệ (25), khi đưa q phương trình số cải chính với các trọng số $\overline{p}=\infty$ vào tính toán truy hồi, như đã chỉ ra trong tài liệu (*Hà Minh Hòa (2015)*), số khởi đầu $\delta^{(0)}=\frac{1}{\sqrt{\overline{p}}}$ đối với mỗi phương trình số cải chính nêu trên đều bằng 0 và cho phép triển khai thuật toán truy hồi biến đổi xoay T^{-T} một cách đơn trị.

Khi đó ma trận C được khai triển tam giác dưới dạng

$$C = U^T.U \qquad (27)$$

ở đây U - ma trận tam giác trên bậc n x n.

Khi lưu ý (27), hệ phương trình số cải chính (25) được biểu diễn dưới dạng:

$$\begin{aligned} &\overline{V}_1=U_{nxn}.\lambda_1^T-\overline{L}_1, \quad \overline{P}_1=E_{nxn},\\ &V_F=\overline{F}(\chi).\lambda_1^T+0.0, \quad \overline{P}=\infty.E_{(q+1)(q+1)}, \end{aligned} \qquad (28)$$

ở đây vectơ số hạng tự do $\overline{L}_1$ được xác định từ hệ

$$U^T.\overline{L}_1=C_{Q,p},$$

còn ∞ - số vô hạn.

Khi sử dụng thuật toán biến đổi xoay T^{-T} sau khi xác định được vectơ nghiệm thành phần λ_1^T đối với điểm đầu tiên thuộc tập hợp P, chúng ta nhận được ma trận tam giác dưới

$\overline{T}^{-T}$ liên hệ với ma trận nghịch đảo $\left(C+\overline{F}^T(\chi).\overline{P}.\overline{F}(\chi)\right)^{-1}$ bởi biểu thức:

$$\left(C+\overline{F}^T(\chi).\overline{P}.\overline{F}(\chi)\right)^{-1}=\overline{T}^{-1}.\overline{T}^{-T}. \tag{29}$$

Ma trận tam giác dưới $\overline{T}^{-T}$ không đổi đối với tất cả các điểm p thuộc tập hợp P. Khi ký hiệu

$$G_{Q,p}=\overline{T}^{-T}.C_{Q,p}, \tag{30}$$

từ hệ phương trình chuẩn (26) khi lưu ý (29) suy ra công thức tính toán vectơ nghiệm thành phần λ_1^T đối với các điểm còn lại thuộc tập hợp P:

$$\lambda_1^T=\overline{T}^{-1}.G_{Q,p}. \tag{31}$$

Từ các công thức (29), (30) và (31) chúng ta thấy rằng khi coi ma trận $F^T(X)$ là ma trận 0, vectơ nghiệm thành phần λ_1^T tương ứng với phương pháp collocation.

Các công thức (30), (31) được sử dụng để tính toán vectơ nghiệm thành phần λ_1^T đối với các điểm p còn lại thuộc tập hợp P sau khi đã xác định được ma trận tam giác dưới $\overline{T}^{-T}$ từ kết quả giải hệ phương trình số cải chính (28) đối với điểm đầu tiên trong tập hợp P theo thuật toán biến đổi xoay $\overline{T}^{-T}$. Vectơ số hạng tự do $C_{Q,P}$ đối với mỗi điểm p thuộc tập hợp P được xác định theo công thức (18).

Tiếp theo, chúng ta nghiên cứu phương pháp xác định vectơ nghiệm thành phần λ_2^T (24). Từ (27) chúng ta có

$$C^{-1} = U^{-1}.U^{-T} \tag{32}$$

Khi ký hiệu

$$\theta^T=\overline{F}(\chi).U^{-1}, \tag{33}$$

là ma trận bậc q x n và lưu ý (32), (33) từ biểu thức

$$\left(\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^T(\chi)\right)^{-1}.W_p=Z_p, \tag{34}$$

chúng ta có hệ phương trình chuẩn:

$$\left(\overline{F}(\chi).C^{-1}.\overline{F}^T(\chi)\right)Z_p=\theta^T.\theta.Z_p=W_p. \tag{35}$$

Việc giải hệ phương trình (35) dẫn đến việc giải hai hệ phương trình:

$$\theta^T.V_p=W_p, \tag{36}$$

$$\theta.Z_p=V_p. \tag{37}$$

Như vậy, chúng ta xác định được vectơ trong biểu thức (34). Lưu ý (32), (33), (34), (37) chúng ta biểu diễn biểu thức (24) dưới dạng:

$$\lambda_2^T=U^{-1}.U^{-T}.\overline{F}^T(\chi).Z_p=U^{-1}.\theta.Z_p=U^{-1}.V_p.$$

Từ biểu thức trên chúng ta thấy rằng vectơ nghiệm thành phần λ_2^T được xác định từ hệ:

$$U.\lambda_2^T = .V_p, \tag{38}$$

ở đây vectơ V_p được xác định từ giải hệ (36).

Lưu ý rằng ma trận U là như nhau đối với mọi điểm p trong tập hợp P. Do đó, để xác định vectơ nghiệm thành phần λ_2^T đối với mỗi điểm p trong tập hợp P, chúng ta phải xác định vectơ số hạng tự do W_p của điểm này ở dạng (18). Tiếp theo, giải hệ

$$U^T.\theta = \overline{F}^T(\chi)$$

được suy ra từ (33) để xác định ma trận θ, giải hệ (36) để xác định vectơ V_p và cuối cùng giải hệ (38) để xác định vectơ nghiệm thành phần λ_2^T .

Đối với mỗi điểm p thuộc tập hợp P, vectơ nghiệm $\lambda^T = \lambda_1^T + \lambda_2^T$. Trong phương pháp đã được trình bày ở trên, việc khai triển tam giác ma trận C ở dạng (27) là bước khởi đầu quan trọng để lập hệ phương trình số cải chính (28) và giải các hệ (36), (38).

Như vậy, chúng ta đã nhận được phương pháp xác định vectơ λ^T mà không cần phải giải hệ phương trình chuẩn (19) với ma trận chuẩn không xác định dương.

3. Kết luận

Với mục đích tránh việc giải hệ phương trình chuẩn với ma trận xác định không dương khi xác định vectơ λ^T trong bài toán nội suy các giá trị dị thường trọng lực vào các đỉnh của các ô chuẩn thuộc cơ sở dữ liệu dị thường trọng lực quốc gia từ các điểm trọng lực đo chi tiết theo phương pháp kriging tổng quát, bài báo này đã đề xuất mô hình cải biên của bài toán để triển khai hiệu quả theo thuật toán truy hồi T^T. Cùng với khả năng phát hiện và tìm kiếm các trị đo thô trong các dữ liệu dị thường trọng lực (xem *Hà Minh Hòa (2015)*), thuật toán truy hồi T^T có khả năng giải hệ phương trình số cải chính (28) với ma trận trọng số có các thành phần bằng vô hạn và giảm thiểu tối đa ảnh hưởng của sự tích lũy các sai số làm tròn khi giải hệ phương trình (28) trên máy tính điện tử. Với các tính chất này, thuật toán truy hồi T^T cho phép triển khai hiệu quả phương pháp kriging tổng quát trong việc xây dựng cơ sở dữ liệu dị thường trọng lực quốc gia.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bordering method. The Encyclopedia of Mathematics. From Wikipedia, the free encyclopedia, http:\ en.wikipedia.org/wiki/Encyclopedia_of_Mathematics

[2]. Chauvet P and Galli A. (1982). Universal kriging Course. - C-96, Centre de Geostatistique, Ecole des Mines de Paris.

[3]. Duncan W.J. (1944). Some devices for the solution of large sets of simultaneous linear equations. The London, Edinburg and Dublin Philosophical Magazin and Journal of Science, Seventh Series, 35, pp. 660-670.

[4]. Goovaerts P. (1997). Geostatistics for natural resources evaluation. New York, Oxford University Press, 483 p.

[5]. Hà Minh Hòa (2013). Phương pháp bình sai truy hồi với phép biến đổi xoay. Nhà Xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 244 trg. Hà Nội - 2013.

[6]. Hà Minh Hòa (2015). Tiếp cận bài toán tìm kiếm và loại bỏ các sai số thô trong dữ

liệu dị thường trọng lực khi xây dựng cơ sở dữ liệu dị thường trọng lực theo phương pháp kriging tổng quát. Tạp chí Khoa học Đo đạc và Bản đồ, No 23, tháng 1/2015, trg. 1-12.

[7]. Hivronen R.A. (1962). Statistical analysis of gravity anomalies. Department of Geodetic Science, Report No.19, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.

[8]. Jekeli Ch. (2010). GS871 - Advanced Gravimetric Geodesy. Supplemental Notes on Kriging. Division of Geodesy and Geospatial Science. The Ohio State University, Columbus, www.geology.ohio-state.edu/.../kriging_notes_GS871.pd...

[9]. Marcin Ligas, Marek Kulczycki (2014). Kriging approch for local height transformations. J. Geodesy And Cartography, Vol. 63, N01, pp. 25-37. Polish Academy of Sciences. Doi: 10.2478/geocart-2014-0002.

[10]. Olea R. A. (1999). Geostatistics for engineers and earth scientists: Norell, Mass., Boston, Kluwer Academic Publishers, 313 p.

[11]. Reguzzi M., Sansó F. and Venuti G. (2005). The theory of general kriging, with applications to the determination of a local geoid. Geophys. J. Int., 162, 303 - 314, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02662.x

Summary

Assoc. Prof. Dr. Sc. Ha Minh Hoa

Vietnam Institute of Geodesy and Cartography

Problem of solving of normal equasions system with non - positive definite normal matrix in task of construction of state gravity anomaly database by general kriging method

Following scientific article *(Hà Minh Hòa (2015)),* in this article we will research a method for determination of the vector λ in model of the task of interpolation of gravity anomalies at points of gravity anomaly grid in state gravity anomaliy database from gravity anomaly values on the detailed gravimetric points. We will show that reccurent algorithm with rotation transformation T^{-T} allows to effectively solve the normal equasions system with non - positive definite normal matrix in relation to task of determination of the vector λ .