

MỘT PHƯƠNG PHÁP TÍNH THỂ TÍCH ĐỐI TƯỢNG 3D SỬ DỤNG MÔ HÌNH TAM GIÁC

TRẦN THUY DƯƠNG⁽¹⁾, NGÔ THỊ LIÊN⁽¹⁾
LÊ QUANG HÙNG⁽²⁾

⁽¹⁾Trường Đại học Mở Địa chất

⁽²⁾Công ty Cổ phần Công nghệ Tài nguyên Môi trường và Vật liệu

Tóm tắt:

Khi nghiên cứu đối tượng 3D, một trong những thuộc tính quan trọng có nhiều ý nghĩa trong thực tiễn là tính toán thể tích của nó. Bài toán tính thể tích có thể được ứng dụng rất đa dạng trong nhiều ngành, lĩnh vực như: Bài toán tính lưu lượng trong thiết kế hệ thống tiêu thoát nước các công trình giao thông đường bộ, tính toán khối lượng nạo vét luồng lạch trong giao thông đường thủy; tính toán khối lượng đào, đắp trong xây dựng công trình; bài toán tính khối lượng thiết kế khai thác, kiểm kê trong quản lý khoáng sản; các bài toán tính thể tích trong công trình dân dụng... Gần đây đã có một số nghiên cứu đưa ra các giải pháp khác nhau để giải quyết bài toán này bằng mô hình TIN. Tuy nhiên, qua nghiên cứu các phương pháp nêu trên, các giải pháp đưa ra còn tính toán phức tạp và chưa được tối ưu, quy trình thu thập dữ liệu phải tuân theo quy trình có điều kiện. Bài báo đưa ra một số phương pháp tính thể tích trong trường hợp tổng quát cho đối tượng 3D có hình dạng bất kì. Theo phương pháp được đề xuất, quy trình tính toán trở nên đơn giản, việc tổ chức đo đạc lấy số liệu thực địa linh hoạt, đa dạng và không phức tạp.

Mở đầu

Ngày nay, khoa học công nghệ với sự phát triển của nó đã tác động sâu sắc đến mọi mặt của đời sống kinh tế xã hội. Trong lĩnh vực khoa học kỹ thuật đã hình thành các xu hướng ứng dụng, sử dụng các thành tựu khoa học công nghệ vào các công tác chuyên môn giúp giải quyết các bài toán phức tạp có khối lượng tính toán lớn. Vào những năm 90 của thế kỷ trước, khi các kỹ thuật tính toán trở nên dễ dàng và nhanh chóng hơn với sự trợ giúp của máy tính, các bài toán bình sai trong trắc địa có xu hướng chuyển sang sử dụng bình sai chặt chẽ theo phương pháp bình sai gián tiếp thay cho bình sai chặt chẽ theo phương pháp bình sai điều kiện hay phương pháp bình sai gần đúng. Trong công nghệ thành lập bản đồ cũng đã diễn ra xu hướng tương tự khi mà việc ứng dụng công nghệ số để thành lập bản đồ thay thế cho công nghệ thành lập

bản đồ truyền thống trở nên phổ biến. Đồng thời với sự phát triển của công nghệ thành lập bản đồ số thì xu hướng mô hình hóa dữ liệu không gian và biểu diễn nó trong không gian thực cũng đã trở thành nhu cầu sử dụng và được đầu tư nghiên cứu ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Trong thời gian đầu của sự phát triển công nghệ số, do hạn chế của công nghệ xử lý nên việc mô hình hóa không gian thực 3D (thậm chí là 4D nếu tính thêm yếu tố thời gian) thông thường hay được đơn giản hóa, được thực hiện một cách gián tiếp thông qua mô hình hóa 2D.

Hiện nay, công nghệ máy tính đã đạt được những bước phát triển vượt bậc với những tính năng như tốc độ xử lý nhanh, dung lượng bộ nhớ lớn... mạnh hơn rất nhiều so với trước đây. Công nghệ đo đạc bản đồ cũng đã có những bước phát triển mới với những thiết bị hiện đại cho phép thu

thập dữ liệu không gian nhiều hơn, nhanh hơn và tức thời hơn đòi hỏi phải có công nghệ xử lý và biểu diễn dữ liệu không gian đáp ứng được các nhu cầu khai thác và sử dụng hiệu quả dữ liệu đó. Xu hướng mô hình hóa các đối tượng 3D trong những năm gần đây được lựa chọn để biểu diễn mô hình dữ liệu không gian đang dần trở nên phổ biến hơn và có những bước phát triển vượt bậc. Mô hình 3D cho phép người sử dụng có khả năng nghiên cứu, khảo sát, quản lý và phân tích dữ liệu không gian trực tiếp hơn so với biểu diễn dữ liệu bằng 2D. Do vậy, có thể nói rằng phương pháp xử lý gián tiếp thông qua mô hình hóa 2D thường được sử dụng trước đây đã không còn phù hợp do còn nhiều hạn chế trong đáp ứng những yêu cầu khai thác dữ liệu của người sử dụng và sẽ dần được thay thế bằng mô hình 3D trong tương lai.

Trong nội dung bài báo này, việc nghiên cứu mô hình hóa các đối tượng 3D nhằm mục đích giải quyết bài toán tính thể tích trong trường hợp tổng quát cho đối tượng 3D bất kì. Cách thức tiếp cận vấn đề để giải quyết bài toán thể tích này cũng tương tự như bài toán tính diện tích cho một vùng trong không gian hai chiều. Bài toán này có thể có nhiều ứng dụng khác nhau như tính toán khối lượng đào, đắp, san lấp mặt bằng; tính toán dung tích hồ chứa, vùng ngập lụt; giám sát, kiểm kê trong khai thác khoáng sản; tính toán thể tích các công trình dân dụng ...

Trong tính toán khối lượng đào đắp bằng mô hình số địa hình với việc mô hình hóa bề mặt địa hình bằng mô hình tam giác đã có một số công trình nghiên cứu gần đây như [1], [2], [3]. Các nghiên cứu này cho thấy các tác giả đã giải quyết bài toán tính toán khối lượng đào đắp tương đối hợp lý về lý thuyết cũng như thực tiễn. Tuy nhiên, các nghiên cứu trong [1] cho thấy giải pháp tính toán khối lượng đào đắp tương đối phức tạp, việc chia ra các trường hợp để

thực hiện tính toán không phải lúc nào cũng được thực hiện dễ dàng. Các tính toán theo phương pháp trong [2] lại chỉ tính được cho trường hợp tính toán khối lượng đào hay đắp so với mặt phẳng lựa chọn có điều kiện với độ cao H_0 . Trong công trình [3] việc chiếu các điểm từ mặt này xuống mặt kia rồi thực hiện nội suy cho thấy: số lượng điểm tam giác hóa tăng lên; mất thời gian nội suy, có thể làm giảm độ chính xác và việc tìm điểm trong tam giác cũng là thao tác mất thời gian.

Như vậy, có thể thấy rằng các nghiên cứu trên còn một số vấn đề chưa được giải quyết triệt để và cần phải tìm giải pháp tính toán thể tích (hay khối lượng) trong trường hợp chung tối ưu hơn, nhằm mục đích:

- (1) Giải quyết bài toán để tính thể tích dạng tổng quát cho một đối tượng 3D bất kì;
- (2) Chỉ rõ các điều kiện cần có để thực hiện quy trình tính toán đơn giản mà vẫn đảm bảo chặt chẽ và hiệu quả.
- (3) Chỉ ra quy trình tính toán này có thể được áp dụng linh hoạt với tất cả các cách thức tổ chức thu thập dữ liệu thực địa.

Bài báo đã thực hiện việc khảo sát và phân tích các phương pháp tính diện tích khác nhau cho đối tượng 2D là một vùng đa giác khép kín. Từ đó nghiên cứu và đề xuất các công thức tính toán thể tích cho một đối tượng 3D có hình dạng bất kì, với điều kiện toàn bộ bề mặt của đối tượng là khép kín và được mô hình hóa bằng một mạng lưới tam giác không gian.

1. Tính diện tích vùng đa giác khép kín

Để tính diện tích cho một vùng đa giác khép kín người ta có thể sử dụng một số phương pháp khác nhau. Phương pháp thường sử dụng cho các bản đồ giấy thành lập bằng phương pháp đo đạc mặt đất trước đây là phương pháp đếm ô. Phương pháp này sử dụng một phim tính diện tích

gồm các ô vuông có kích thước đã biết, áp lên vùng cần tính diện tích, đếm số ô vuông của vùng chắn trên phim và nhân với diện tích ô vuông tính theo tỷ lệ bản đồ thành lập ta được diện tích của vùng.

Đối với việc tính diện tích theo phương pháp giải tích, chúng ta có thể sử dụng một trong hai nguyên tắc: nguyên tắc hình thang hoặc nguyên tắc tam giác.

1.1. Tính diện tích theo nguyên tắc hình thang

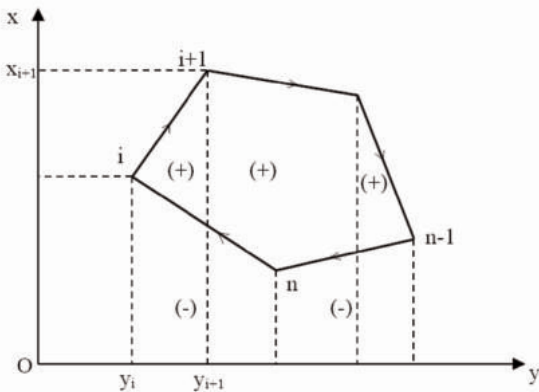
Giả sử ta có một vùng là một đa giác khép kín n đỉnh, ta chiếu tất cả các đỉnh xuống trục Oy, ứng với mỗi cạnh của đa giác ta thu được một hình thang con (xem hình 1)

Diện tích S của vùng sẽ bằng tổng diện tích của các hình thang con S_k :

$$S = \left| \sum_{k=1}^n S_k \right| \quad (1)$$

Trong đó $S_k = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} (x_{i+1} - x_i)$ (2)

Để gán dấu cho kết quả tính diện tích của các hình thang con ta có thể dựa theo dấu của hiệu $(x_{i+1} - x_i)$. Như vậy, ứng với cạnh có đầu mút từ trái sang phải, diện tích hình thang con (S_k) tương ứng sẽ gán dấu dương, còn khi cạnh có đầu mút từ phải sang trái thì diện tích hình thang con ứng



Hình 1: Tạo các hình thang con để tính diện tích

với cạnh đó sẽ gán dấu âm. Lấy tổng các S_k ta được S của vùng cần tính.

Công thức tính diện tích này đúng với mọi đa giác có hình dạng bất kì.

1.2. Tính diện tích theo nguyên tắc hình tam giác

Tính diện tích theo tam giác cũng tương tự như đối với tính diện tích theo nguyên tắc hình thang. Khi đó, ta chọn một điểm P bất kì và lần lượt nối P với tất cả các đỉnh của đa giác, ứng với mỗi cạnh ta sẽ thu được một tam giác con có diện tích (xem hình 2)

Diện tích của vùng sẽ được tính theo công thức sau:

$$S = \left| \sum_{k=1}^n S_{\Delta k} \right| \quad (3)$$

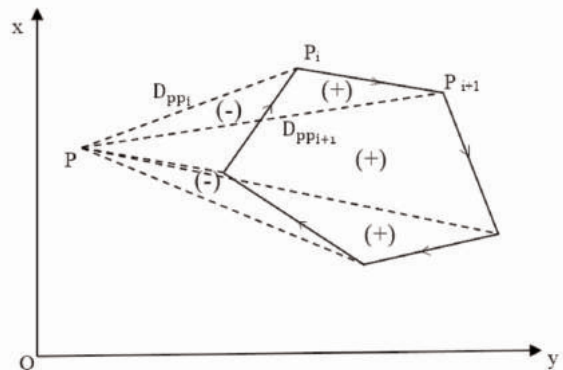
Trong đó:

$$S_{\Delta k} = \frac{1}{2} \sin(\alpha_{pp_i} - \alpha_{pp_{i+1}}) \cdot D_{pp_i} \cdot D_{pp_{i+1}} \quad (4)$$

- Phương vị cạnh PP_i, PP_{i+1}

- Chiều dài cạnh PP_i, PP_{i+1}

Tương tự như nguyên tắc hình thang, dấu của các tam giác con được gán theo dấu của $\sin(\alpha_1(pp_i) - \alpha_1(pp_{i+1}))$. Nếu $PP_i \rightarrow PP_{i+1}$ theo hướng thuận chiều kim đồng hồ thì tam giác con sẽ có dấu (+), còn ngược chiều kim đồng hồ thì dấu của tam giác con sẽ là (-). Ta có thể sử dụng các trị đo trực tiếp ngoài thực địa để tính diện



Hình 2: Tạo các hình tam giác để tính diện tích

tích theo công thức (4).

2. Tính thể tích đối tượng 3D

2.1. Tính thể tích đối tượng 3D theo nguyên tắc hình lăng trụ đứng

Chúng ta có thể tính thể tích đối tượng 3D theo nguyên tắc hình lăng trụ đứng tương tự như tính diện tích sử dụng nguyên tắc hình thang.

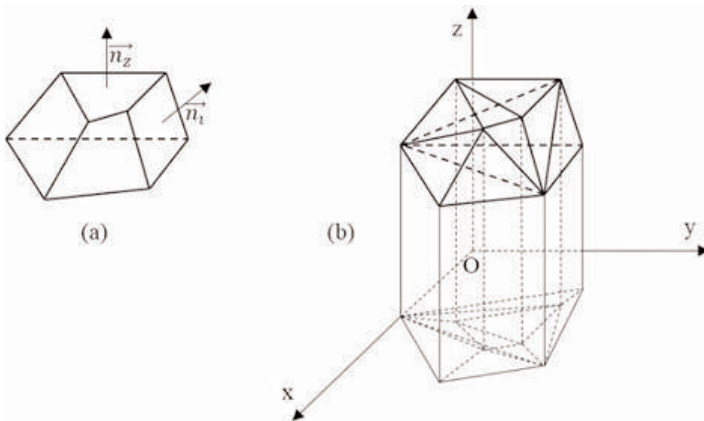
Giả sử có thể tính thể tích đối tượng 3D được mô hình hóa bởi một khối đa diện bao gồm một tập hợp mặt f phẳng, mỗi mặt giới hạn bởi một đa giác khép kín như Hình 3. Tam giác hóa các mặt f và chiếu tất cả các đỉnh của khối đa diện xuống mặt phẳng Oxy. Khi đó ứng với mỗi tam giác của khối đa diện ta thu được hình lăng trụ đứng tam giác.

Thể tích của đối tượng 3D sẽ được tính theo công thức:

$$V = \left| \sum_{i=1}^n V_i \right| \quad (5)$$

Trong đó: $V_i = 1/3 \cdot (h_1 + h_2 + h_3) \cdot S_{\Delta i}$

(với h_1, h_2, h_3 là độ cao ba đỉnh của mặt đáy trên của hình lăng trụ, $h_1 = h_1 - H_0$, $h_2 = h_2 - H_0$, $h_3 = h_3 - H_0$, trong đó H_0 ở đây là độ cao mặt phẳng chiếu)



Hình 3: (a) Mô hình hóa đối tượng 3D bằng các mặt (b) Tam giác hóa f và tạo các hình lăng trụ đứng tam giác để tính thể tích

Để gán dấu cho thể tích V_i ta dựa vào pháp tuyến của mặt f có hướng từ bên trong đối tượng 3D hướng ra bên ngoài. Chúng ta có thể dùng tích vô hướng của (\vec{n}_z) với

(\vec{n}_i) để gán dấu cho V_i theo công thức tích véc tơ vô hướng sau:

$$\vec{n}_z \cdot \vec{n}_i = |\vec{n}_z| \cdot |\vec{n}_i| \cdot \cos(\vec{n}_z, \vec{n}_i) \quad (6)$$

- Nếu $\cos(\vec{n}_z, \vec{n}_i) > 0$ thì gán dấu (+).

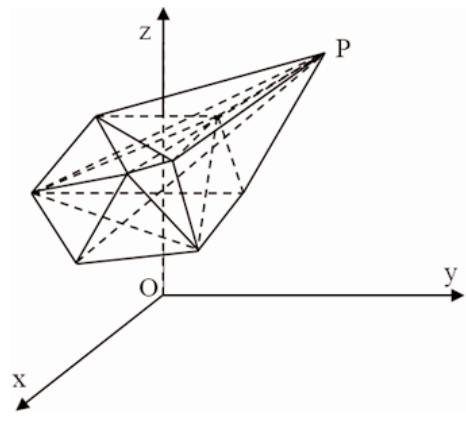
- Nếu $\cos(\vec{n}_z, \vec{n}_i) < 0$ thì gán dấu (-).

Với $\vec{n}_z(0, 0, 1)$ (n_{xi}, n_{yi}, n_{zi}) khi đó dấu của thể tích chỉ phụ thuộc vào thành phần n_z của véc tơ \vec{n}_i do vậy việc gán dấu trở nên rất đơn giản.

2.2. Tính thể tích đối tượng 3D theo nguyên tắc hình chóp

Tương tự như cách tính diện tích sử dụng nguyên tắc hình tam giác, trong không gian ba chiều ta cũng có thể tính thể tích đối tượng 3D theo nguyên tắc hình chóp tam giác.

Chọn một điểm P bất kì trong không gian, lần lượt nối P với tất cả các đỉnh của đối tượng 3D. Khi đó ứng với mỗi tam giác trên bề mặt của khối 3D ta thu được một hình chóp tam giác, đỉnh của hình chóp là điểm P (xem hình 5). Thể tích của khối 3D được



Hình 4: Tạo các hình chóp tam giác để tính thể tích

tính theo công thức:

$$V = \left| \sum_{i=1}^n V_i \right| \quad (7)$$

Trong đó: $V_i = 1/3d \cdot S_{\Delta_i}$

(d là chiều cao của hình chóp)

Gọi \vec{n}_i là pháp tuyến của mặt f có hướng từ bên trong đối tượng 3D hướng ra bên ngoài. Véc tơ \vec{n}_{P_i} là véc tơ nối một điểm bất kì của mặt f với P, để đơn giản trong tính toán ta có thể lấy điểm đó trùng với một đỉnh của mặt f. Sử dụng công thức (6) để gán dấu cho thể tích các hình chóp V_i :

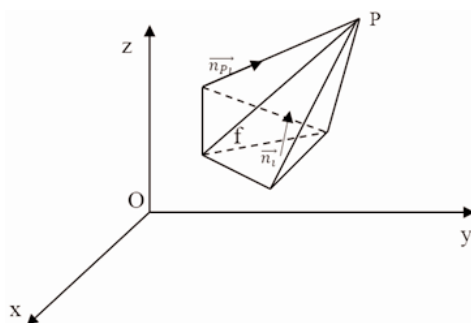
- Nếu $\text{Cos}(\vec{n}_{P_i}, \vec{n}_i) > 0$ thì gán dấu (+).
- Nếu $\text{Cos}(\vec{n}_{P_i}, \vec{n}_i) < 0$ thì gán dấu (-).

3. Xây dựng module tính toán thể tích đối tượng 3D

Sau khi tiến hành phân tích lý thuyết một cách cụ thể và để thuận tiện cho việc tính toán cũng như xây dựng chương trình, nhóm tác giả đã tiến hành lựa chọn cách tổ chức dữ liệu và xây dựng thuật toán tính thể tích đối tượng 3D như sau:

3.1. Tổ chức dữ liệu

Trên bề mặt của khối 3D cần xác định thể tích đã được phủ kín bởi một mạng lưới tam



Hình 5: Tạo các véc tơ để gán dấu

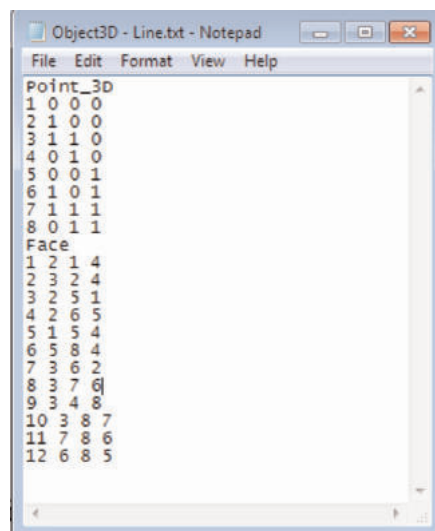
giác, mạng lưới này ôm sát bề mặt đối tượng. Trong đó, mỗi tam giác được định nghĩa như là một mặt, mỗi mặt này gồm ba đỉnh của tam giác được sắp xếp theo thứ tự thuận chiều kim đồng hồ sao cho véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó có chiều luôn hướng ra ngoài vật thể. Khi đó, dữ liệu tham gia tính toán bao gồm:

- Danh sách các đỉnh P (x, y, z).
- Danh sách các mặt f(P₁, P₂, P₃, \vec{n}_i) mỗi mặt chứa chỉ số ba đỉnh đã được sắp xếp và một véc tơ pháp tuyến \vec{n}_i .

3.2. Thuật toán tính thể tích đối tượng 3D

Sau khi đã mô hình hóa đối tượng 3D bởi các mặt, ta tiến hành duyệt qua tất cả các mặt trong danh sách mặt và sử dụng công thức (5) để xác định thể tích của mỗi lăng trụ tam giác hoặc công thức (7) nếu sử dụng nguyên tắc hình chóp. Đồng thời tiến hành xét dấu cho thể tích mỗi lăng trụ (hình chóp) bằng cách sử dụng tích vô hướng theo công thức (6). Tính tổng tất cả các thể tích có dấu đó ta sẽ nhận được giá trị thể tích của đối tượng 3D. Thuật toán tính thể tích đối tượng 3D có thể được mô tả như sau:

- Đầu vào: Một danh sách gồm n mặt phủ



Hình 6: Dữ liệu đầu vào của khối lập phương đơn vị

khép kín bề mặt khối 3D.

- Đầu ra: Giá trị thể tích của đối tượng.

- Theo phương pháp hình lăng trụ:

Cho i chạy từ 1 đến n

Nếu $\text{Cos}(\vec{n}_z, \vec{n}_i) > 0$

(hoặc $\text{Cos}(\vec{n}_P, \vec{n}_i) > 0$) thì $k = 1$

Còn nếu $\text{Cos}(\vec{n}_z, \vec{n}_i) < 0$

(hoặc $\text{Cos}(\vec{n}_P, \vec{n}_i) > 0$) thì $k = -1$

Còn lại $k = 0$

Tính thể tích: $V_i = k \cdot h_{tbi} \cdot S_{\Delta i}$

$V_t = V_t + V_i$

Kết thúc vòng lặp.

$V = |V_t|$

- Theo phương pháp hình chóp:

Cho i chạy từ 1 đến n

Nếu $\text{Cos}(\vec{n}_P, \vec{n}_i) > 0$ thì $k = 1$

Còn nếu $\text{Cos}(\vec{n}_P, \vec{n}_i) > 0$ thì $k = -1$

Còn lại $k = 0$

Tính thể tích: $V_i = k \cdot 1/3 \cdot D_{Pi} \cdot S_{\Delta i}$

$V_t = V_t + V_i$

Kết thúc vòng lặp.

$V = |V_t|$

3.3. Thực nghiệm

Dựa trên cơ sở lý thuyết trên, nhóm tác giả đã tiến hành xây dựng module tính thể

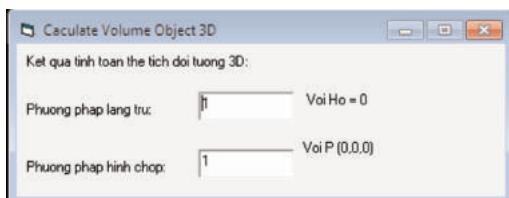
tích đối tượng 3D khép kín. Dữ liệu thực nghiệm là một khối lập phương đơn vị có thể tích 1m^3 . Khối lập phương đơn vị với các mặt được chia ra thành các tam giác được mô tả như sau: (xem hình 6, 7, 8)

Khi thực hiện tính thể tích bằng công thức (5) và (7) ta hoàn toàn có thể kiểm tra được kết quả thể tích bằng cách thay đổi độ cao H_0 đối với công thức (5) và thay đổi tọa độ điểm P đối với công thức (7). Kết quả tính được là như nhau cho thấy tính đúng đắn của công thức tính và điều kiện tính toán được thỏa mãn.

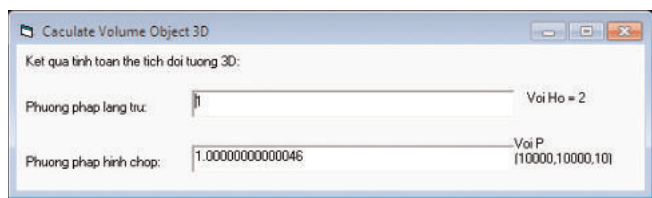
Trong thực tế, ta có thể ứng dụng các phương pháp tính thể tích cho đối tượng 3D vào việc giải quyết các bài toán như tính toán khối lượng đào đắp, san lấp mặt bằng; tính toán dung tích hồ chứa, vùng ngập lụt; tính toán thể tích các công trình dân dụng,... bằng cách mô hình hóa các bề mặt sử dụng mô hình TIN. Khi đó, bề mặt địa hình trước và sau khi đào, đắp (hay hoàn công) sẽ tạo thành một khối lớn khép kín giống như một đối tượng 3D. Việc tính thể tích lúc đó được thực hiện theo như phương pháp đã trình bày ở trên.

Trong phần thực nghiệm tính toán này số liệu thực nghiệm khai thác từ dự án Cảng biển Trung tâm Điện lực Duyên Hải xã Tân Thành, huyện Duyên Hải, tỉnh Trà Vinh được đo đạc tại thực địa bằng máy đo sâu.

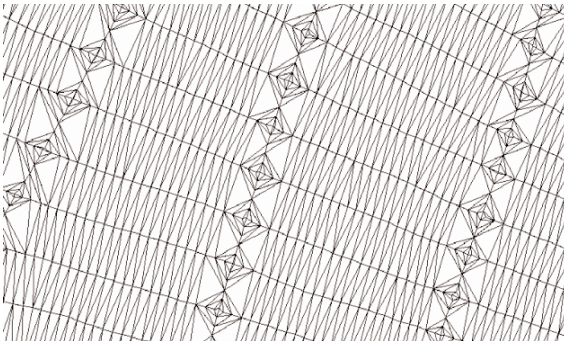
Tổng số điểm đo trước nạo vét là 40088 điểm và sau nạo vét là 33497 điểm. Chiều theo điều kiện mạng lưới mô phỏng đối



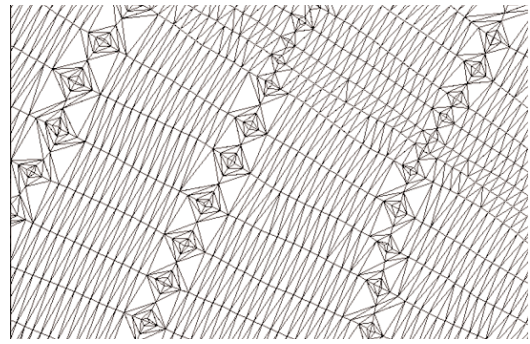
Hình 7: Kết quả tính thể tích với $H_0 = 0$ và $P(0,0,0)$



Hình 8: Kết quả tính toán khi thay đổi $H_0 = 2$ và $P(10000,10000,10)$



Hình 9: Một phần mô hình tam giác trước nạo vét



Hình 10: Một phần mô hình tam giác sau nạo vét

tượng 3D phải khép kín và phải có đường biên giới hạn trùng nhau nên số liệu đưa vào tính toán chỉ lấy các điểm đo nằm trong vùng lựa chọn thực nghiệm tính toán và đường biên vùng lựa chọn ở hai chu kỳ đo đặc phải trùng nhau, các dữ liệu không thỏa mãn điều kiện này bị loại bỏ. Dữ liệu thu được trước nạo vét gồm 33227 điểm, sau nạo vét bao gồm 32217 điểm, sau khi tam giác hóa bằng chương trình MapStudio thu được tổng số tam giác trước nạo vét là 66399 tam giác và sau nạo vét là 64391 tam giác. (Xem hình 9, 10)

Kết quả tính toán bằng module tính thể tích là 4686303.939 m^3 với tổng diện tích khu tính toán là 9850591.852 m^2 .

4. Kết luận

Dựa trên cơ sở cơ sở phân tích các phương pháp tính toán xử lý mô hình 2D, bài báo đề xuất phương pháp và công thức tính cho đối tượng 3D và đưa ra kết luận như sau :

- Phương pháp và công thức được thiết lập có thể cho phép tính toán thể tích đối với đối tượng 3D có hình dạng bất kì.

- Điều kiện để thực hiện quy trình này là mạng lưới mô phỏng đối tượng phải khép kín. Trường hợp tính toán khối lượng đào, đắp, san lấp mặt bằng ... dựa trên số liệu đo đạc thực địa thu được có tính chất chu kì (trước, sau) thì giữa các chu kỳ đo phải có

các điểm đo chung hay các điểm đo có vị trí không gian nằm trùng với đường biên giới hạn khu vực tính toán.

- Khi tính toán thể tích khối 3D bất kỳ theo công thức (5) hoặc (7) cho thấy việc tổ chức đo đạc lấy số liệu thực địa cho phép thực hiện linh hoạt bằng nhiều phương pháp, có thể bằng phương pháp đo chi tiết địa hình hoặc phương pháp đo mặt cắt...; công tác tính toán xử lý số liệu cũng có thể thực hiện được bằng tay hay trợ giúp của hệ soạn thảo Excel mà không cần phải lập trình.○

Tài liệu tham khảo

[1]. Vũ Văn Thặng, (2010), Nghiên cứu xây dựng mô hình số địa hình bằng công nghệ và thiết bị hiện đại ứng dụng trong khảo sát thiết kế, xây dựng công trình giao thông, thủy lợi. Đề tài cấp Bộ, mã số B2008-03-47-TĐ.

[2]. Nguyễn Quang Thắng, Hồ quang Trung, (2012), Giải pháp xác định khối lượng đào đắp bằng mô hình số địa hình. Tạp chí KHKT Mỏ - Địa chất, số 40, 10/2012, trang 76-79.

[3]. Nguyễn Quang Khánh, (2013), Phương pháp tính khối địa hình theo lưới tam giác. Tạp chí KHKT Mỏ - Địa chất, số 44, 10/2013, trang 72-76.○

(Xem tiếp trang 41)