

CƠ SỞ TOÁN HỌC CỦA SỰ TÍCH HỢP SỬ DỤNG LIDAR VÀ HỆ THỐNG ĐẠO HÀNG QUẢN TÍNH INS/IMU

PGS.TS. TRẦN ĐÌNH TRÍ

Trường ĐH Mở Địa chất

ThS. LÊ VĂN HÀ

Tổng Công ty TN và MT Việt Nam

Dến cuối thế kỷ XX, đã hoàn thiện xong lý thuyết ứng dụng con quay và máy gia tốc để xác định vị trí không gian của đối tượng chuyển động, quãng đường đã đi, vận tốc và gia tốc - đó chính là lý thuyết của đạo hàng quán tính. Song hành với sự phát triển của lĩnh vực khoa học công nghệ này là sự xuất hiện các thiết bị thăng bằng hàng không, địa bàn con quay, con quay đứng, con quay ngang... Trong những năm gần đây thay vì sản xuất các con quay cơ học, người ta đã chế tạo ra các con quay phi cơ học, có độ chính xác, độ ổn định cao mà không cần các bộ phận chuyển động. Thí dụ như các con quay Laser vòng, con quay cáp quang được sử dụng trong các hệ thống định vị và định hướng (Position and Orientation System) POS/AV. Tuy nhiên các tổ hợp thiết bị đạo hàng quán tính, định vị toàn cầu GPS/INS hay GPS/IMU được dựa trên các nguyên lý con quay và máy gia tốc để giải các bài toán về đạo hàng.

IMU (Inertial Measurement Unit) được dịch nghĩa là thiết bị đo quán tính, xuất hiện từ những năm 1960. Trong tổ hợp, GPS và IMU hoạt động độc lập nhau để thực hiện nhiệm vụ đạo hàng của mình. Tính tổ hợp xuất hiện trong quá trình xử lý kết quả đo đồng bộ ở cùng một thời điểm. Kết quả định vị không gian của hệ thống là:

- Toạ độ Trắc địa của thiết bị bay ở thời điểm nào đó.
- Vận tốc chuyển động của phương tiện.
- Góc nghiêng dọc, góc nghiêng ngang và góc xoay của phương chuyển động.

Đối với tổ hợp POS/AV (của hãng Applanix - Canada), cho độ chính xác xác định toạ độ không gian cỡ 5-30cm; các góc nghiêng, góc xoay, góc lệch (Tương tự như φ, ω, κ trong đo ảnh) với độ chính xác cỡ 0.005-0.008 rad. Với những sai số đó, độ chính xác của điểm đo tương ứng trên mặt đất cỡ khoảng: $\Delta XY = 10^{-5} \cdot H$; trong đó H là độ cao bay. Nếu như các trị đo dài và đo góc của hệ thống GPS/IMU được sử dụng để định hướng trong chụp ảnh hàng không hay hệ thống quét LiDAR, thì sai số đó cũng chỉ bằng gần 0.0001 độ cao bay chụp. Với độ chính xác như vậy hệ thống GPS/IMU cho phép giải quyết nhiều bài toán của Trắc địa và Bản đồ.

Sự xuất hiện hệ thống GPS/IMU đã cụ thể hoá được kết quả quét LiDAR trong hệ toạ độ trắc địa, đã giúp công nghệ này trở thành một công nghệ đo vẽ bản đồ. Còn trong chụp ảnh hàng không, hệ thống là một phương tiện dẫn đường bay tuyệt vời, là thiết bị ghi nhận toạ độ tâm chụp ảnh cũng như các góc định hướng của từng ảnh đơn.

1. Phương trình cơ học của hệ thống đạo hàng quán tính INS/IMU

Quán tính chuyển động của một vật thể được tính theo các công thức cơ bản trong vật lý:

$$\Delta r(t) = r(t) - r(t_0) = \int_{t_0}^t \int a(\tau) dr d\tau$$

Theo định luật thứ hai của Niuton, phương trình cơ bản của chuyển động trọng trường trái đất, rõ hơn là trong hệ tọa độ quán tính có dạng:

$$\ddot{r}^i = f^i + g^i$$

Trong đó:

r^i - Vector lực của máy gia tốc; f^i - Lực ly tâm; g^i - Lực trọng trường. Phương trình trên được thể hiện trong hệ tọa độ quán tính với vi phân bậc 1 có dạng (Shin, 2001):

$$\begin{bmatrix} \dot{r}^l \\ \dot{v}^l \\ C_b^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} v^i \\ C_b^i f^b - (2\omega_c^i + \omega_{cl}^i) \cdot v^i + g^i \\ C_b^i (\Omega_b^b - \Omega_{il}^b) \end{bmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ M+h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(N+h) \cdot \cos \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ma trận quay, sử dụng để chuyển đổi hệ tọa độ từ hệ B - hệ tọa độ quán tính, về hệ L - hệ tọa độ của LiDAR có dạng:

$$C_l^b = R_x(\varphi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\psi)$$

Trong đó: φ - góc xoay; θ - góc nghiêng; và ψ - góc lệch giữa các hệ tọa độ B và L. Phép biến đổi ngược lại, được thực hiện theo công thức:

$$C_l^b = (C_b^l)^{-1} = (C_b^l)^T = R_z(-\psi) \cdot R_y(-\theta) \cdot R_x(-\varphi) =$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \theta \sin \psi \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \psi \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Giá trị M, N - bán kính vòng kinh tuyến và vòng thẳng đứng thứ nhất được tính theo các công thức:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}; \quad N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

Vector vị trí điểm trong hệ L, được tính theo độ vĩ, độ kinh và độ cao Ellipsoid h:

$$r^l = [\varphi \quad \lambda \quad h]^T;$$

Vector vận tốc trong hệ L, được tính:

$$v^l = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (M+h) & 0 & 0 \\ 0 & (N+h)\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{h} \end{bmatrix}$$

Trong đó, các vector v_N và v_E là các vector vận tốc thành phần theo hướng bắc và hướng đông. Vector trọng lực trong hệ tọa độ L, được tính theo công thức của El-Sheemy, 2000:

$$g^l = [0 \ 0 \ g]^T; \quad g = a_1(1 + a_2 \sin^2 \varphi + a_3 \sin^4 \varphi) + (a_4 + a_5 \sin^2 \varphi)h + a_6 h^2;$$

Các hệ số a_i của trọng lực chuẩn:

a_1 (m/s ²)	9.7803267715	a_4 (m/s ²)	-0.0000030876910891
a_2 (m/s ²)	0.0052790414	a_5 (m/s ²)	0.0000000043977311
a_3 (m/s ²)	0.0000232718	a_6 (m/s ²)	0.0000000000007211

Vector của hệ E đối với hệ L:

$$\omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_e \end{bmatrix}$$

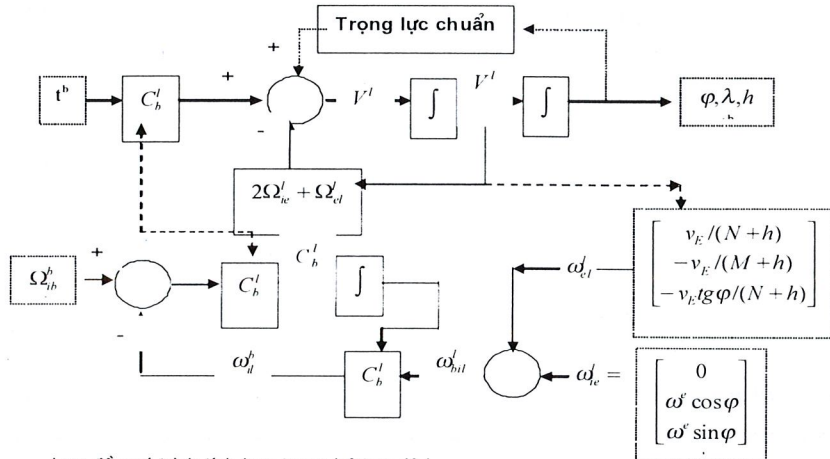
Chiếu vector trong hệ L:

$$\omega_{ie}^l = C_e^l \omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} \omega_e \cos \varphi \\ 0 \\ -\omega_e \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Khi chuyển đổi tỷ lệ hệ L và hệ E được sử dụng như là sự biến thiên độ vĩ và độ kinh:

$$\omega_{el}^l = \begin{bmatrix} \lambda \cos \varphi \\ -\varphi \\ -\lambda \sin \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_E / (N+h) \\ -v_N / (M+h) \\ -v_E \operatorname{tg} \varphi / (N+h) \end{bmatrix}$$

2. Sơ đồ hoạt động của các phân đoạn của hệ thống đạo hàng quán tính, được minh họa dưới dạng tổng quát:



Lưu đồ quá trình tích hợp trong hệ tọa độ I

3. Các phương trình đặc trưng cho các quá trình hoạt động của các phân đoạn:

Được minh họa như sau

1. Sai số bù trừ của bộ cảm: máy gia tốc và con quay cho ra các tham số hiệu chỉnh cho sai số của bộ cảm như sau:

$$\Delta v_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+S_{gx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+S_{gy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+S_{gz}} \end{bmatrix} (\Delta \bar{v}_i - b_g \Delta t)$$

$$\Delta \theta_{ib}^b = \Delta \bar{\theta}_{ib}^b - b_w \Delta t$$

Trong đó:

S_{gx}, S_{gy}, S_{gz} - các hệ số tỷ lệ của các trục của máy gia tốc.

b_g và b_w - độ nghiêng của các trục máy gia tốc và con quay.

$\Delta \bar{v}_f, \Delta \bar{\theta}_{ib}^b$ - số liệu ra thô của máy gia tốc và con quay

$\Delta v_f, \Delta \theta_{ib}^b$ - số liệu tự bù trừ của máy gia tốc và con quay

$\Delta t = t_{k+1} - t_k$ - thời gian giữa 2 vòng tính liên nhau

2. Thế tích hợp: ma trận chuyển đổi hệ tọa độ C_b^l được biểu thị bằng phương trình vi phân:

$$\dot{C}_b^l = C_b^l (\Omega_{ib}^b - \Omega_{il}^b)$$

Các thành phần góc định hướng của hệ tọa độ máy bay trong hệ tọa độ quán tính có dạng:

$$\Delta \theta_{ib}^b = [\Delta \theta_x \quad \Delta \theta_y \quad \Delta \theta_z] = \Delta \theta_{ib}^b - C_b^l (\bar{\omega}_{ie}^l + \bar{\omega}_{el}^l) \Delta t$$

Độ lớn của góc nghiêng tổng hợp: $\Delta \theta = \sqrt{\Delta \theta_x^2 + \Delta \theta_y^2 + \Delta \theta_z^2}$

Thế quán tính của chuyển động được tính cho các thời điểm $k, k + 1$ như sau:

$$\begin{bmatrix} q_1(t_{k+1}) \\ q_2(t_{k+1}) \\ q_3(t_{k+1}) \\ q_4(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1(t_k) \\ q_2(t_k) \\ q_3(t_k) \\ q_4(t_k) \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} c & s\Delta\theta_z & -s\Delta\theta_y & \dot{y}\Delta\theta_{ii} \\ -s\Delta\theta_z & c & s\Delta\theta_x & s\Delta\theta_y \\ s\Delta\theta_y & -s\Delta\theta_x & c & s\Delta\theta_z \\ -s\Delta\theta_x & -s\Delta\theta_y & -s\Delta\theta_z & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t_k) \\ q_2(t_k) \\ q_3(t_k) \\ q_4(t_k) \end{bmatrix}$$

Với các hệ số s và c :

$$s = 1 - \frac{\Delta\theta^2}{24} + \frac{\Delta\theta^4}{1920} + \dots$$

$$c = -\frac{\Delta\theta^2}{4} + \frac{\Delta\theta^4}{192} + \dots$$

3. Mô hình quán tính DCM (Digital Canopy Model) với các thành phần:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25(C_{32} - C_{23}) / 0.5\sqrt{1 + C_{11} + C_{22} + C_{33}} \\ 0.25(C_{13} - C_{31}) / 0.5\sqrt{1 + C_{11} + C_{22} + C_{33}} \\ 0.25(C_{21} - C_{12}) / 0.5\sqrt{1 + C_{11} + C_{22} + C_{33}} \\ 0.5\sqrt{1 + C_{11} + C_{22} + C_{33}} \end{bmatrix}$$

Ma trận đặc trưng của mô hình quán tính DCM, gồm 9 thành phần:

$$C_b^l = \begin{bmatrix} (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) & 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 + q_3q_4) & (q_2^2 - q_1^2 - q_3^2 + q_4^2) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 - q_2q_4) & 2(q_2q_3 + q_1q_4) & (q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_4^2) \end{bmatrix}$$

Các góc định hướng của chuyển động quán tính trong không gian được tính theo các công thức sau đây:

$$\theta = -\text{tg}^{-1} \left[\frac{C_{31}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}} \right]; \quad \varphi = \text{artg} 2(C_{32} \cdot C_{33})$$

$$\omega = \text{artg} 2(C_{21} \cdot C_{11})$$

Đây là giá trị đo quan trọng để xác định hướng đi của tia quét trong không gian. ○

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Cáp Xuân Tú, (2008). Nghiên cứu ứng dụng hệ thống tích hợp LiDAR và máy chụp ảnh số trong thành lập CSDL mô hình số độ cao và bình đồ trực ảnh tại Việt Nam. Tuyển tập báo cáo HNKH lần thứ 18, Trường Đại học Mở - Địa chất, Q.5/2008.

[2]. Jie Shan, Charler K. Toth. Topographic Laser Ranging and Scanning. CRC Press, 2008 by Taylor & Francis Group, LLC.

[3]. Trần Đình Trí, Lê Văn Hà, Phạm Văn Tuấn. Về Công nghệ LiDAR. ○