

NGHIÊN CỨU ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI LẬP ĐỂ TÌM KIẾM CÁC TRỊ ĐO THÔ

ThS. BÙI THỊ HỒNG THẨM
Trường Cao đẳng TN&MT Hà Nội

Tóm tắt:

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu việc áp dụng lý thuyết bình sai bền vững để phát hiện ra sai số thô tồn tại trong trị đo và làm giảm ảnh hưởng của trị đo có chứa sai số thô này đến kết quả sau bình sai.

1. Đặt vấn đề

Việc xử lý số liệu trắc địa nói chung hay bình sai lưới trắc địa nói riêng là một công việc không thể thiếu trong Trắc địa. Sự phát triển khoa học kỹ thuật đã mở rộng mô hình tính toán bình sai. Trong những năm 1950 việc bình sai chặt chẽ đồng thời một mạng lưới cho một nước nhỏ cũng là một công việc rất khó khăn do hạn chế về phương tiện tính toán. Hiện nay với kỹ thuật tính toán phát triển, việc tự động quá trình xử lý số liệu trắc địa đã trở thành tất yếu.

Cùng với việc phát triển của khoa học kỹ thuật nói chung, trang thiết bị phục vụ cho ngành Trắc địa cũng không ngừng phát triển với những loại máy móc thiết bị hiện đại cho nguyên lý đo mới và độ chính xác cao đáp ứng với yêu cầu của thực tế. Tuy nhiên, trong quá trình đo đạc và xử lý số liệu trắc địa dù có chính xác đến đâu cũng không thể tránh được các loại sai số, đặc biệt là sai số thô - sai số sinh ra do nhiều nguyên nhân khác nhau như sự thiếu thận trọng của người làm công tác đo đạc hay xử lý số liệu,... Vì vậy, bài báo này nghiên cứu áp dụng phương pháp bình sai lập mạng lưới trắc địa dựa trên phép ước lượng bền vững để tìm kiếm các trị đo thô.

2. Mô hình bình sai theo phương pháp bền vững

2.1. Ảnh hưởng của sai số đo đến giá trị bình sai

Giả sử có dãy trị đo L_i ($i = 1, 2, \dots, n$), ma trận trọng số $P_{n \times n}$, ma trận ẩn số $X_{m \times 1}$ ($m < n$), X_0 là trị gần đúng của X , δX là số hiệu chỉnh vào X_0 .

Phương trình sai số sau khi tuyến tính hoá có dạng:

$$V = A\delta X - f \quad (1)$$

trong đó: $f = L - AX_0 = L - L_0$

Nếu L_0 được tính từ trị thực của X thì f sẽ là sai số thực của trị đo ε , căn cứ vào quy luật lan truyền của hiệp phương sai có thể tính được:

$$V = -(Q_{vv}P)\varepsilon \quad (2)$$

Trong công thức trên $Q_{vv} = P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T$, $(Q_{vv}P)$ chính là ảnh hưởng của không gian thiết kế có thể gọi là điều kiện hình học của bài toán bình sai, nó phản ánh sai số đo ε ảnh hưởng như thế nào đến số hiệu chỉnh V . Người ta định nghĩa yếu tố thứ i trên đường chéo chính của ma trận $(Q_{vv}P)$ là mức đo thừa r_{ii} của trị đo thứ i , với bất kỳ trị đo nào từ công thức (2) ta có:

$$v_i = -(Q_{vv}P)_{ii}\varepsilon_i - \sum_{j \neq i}^n (Q_{vv}P)_{ij}\varepsilon_j = -r_{ii}\varepsilon_i - \sum_{j \neq i}^n r_{ij}\varepsilon_j \quad (3)$$

Với trị đo độc lập $0 \leq r_{ij} \leq 1$ cho nên sai số của ε_i của trị đo L_i chỉ phản ánh một phần trong số hiệu chỉnh v_i , mức độ phản ánh này trong từ chuyên môn gọi là độ tin cậy, nó liên quan đến mức đo thừa r_{ij} . Khi r_{ij} tương đối nhỏ, nếu trong L_i có sai số thô thì nó sẽ ảnh hưởng đến cả số hiệu chỉnh v_i lẫn trị bình sai X . Nếu $r_{ij} \approx 0$ thì tác dụng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô là rất yếu. Vì vậy, ở mức độ nào đây r_{ij} nói lên độ tin cậy của trị đo [1]. Để tìm hiểu ảnh hưởng của trị đo L_i đến trị bình sai, trong dãy trị đo L bỏ trị đo L_i thì trị bình sai X_i sẽ có số chênh:

$$\Delta X_i = X_i - X \quad (4)$$

và tính được số chênh đó là:

$$\Delta X_i = N^{-1} a_i^T P_i v_i / r_{ii} \quad (5)$$

Trong công thức (5), a_i là hàng thứ i của A . Dem (3) thay vào (5) ta có:

$$\Delta X_i = -N^{-1} a_i^T P_i (\varepsilon_i + \frac{1}{r_{ii}} \sum_{j \neq i} r_{ij} \varepsilon_j) \quad (6)$$

Trong công thức (6), r_{ij} với $(i \neq j)$ nói chung nhỏ hơn r_{ii} và có dấu (+), (-) giao thoa cho nên ở số hạng thứ 2 bên phải công thức (6) sẽ có hiệu quả triệt tiêu nhau nên công thức (6) và công thức (3) có thể viết là:

$$v_i \approx -r_{ii} \varepsilon_i \quad (7)$$

$$\Delta X_i \approx -N^{-1} a_i^T P_i \varepsilon_i \quad (8)$$

Trong công thức (7) có thể coi mô hình ước lượng sai số thô của trị đo thứ i tính theo công thức xuất phát từ công thức (7) và ký hiệu là Δl_i

$$\Delta l_i = -v_i / r_{ii} \quad (9)$$

Công thức (8) là cách biểu thị gần đúng hàm ảnh hưởng theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất và có thể ghi nó là:

$$IF(L_i; X, F) = N^{-1} a_i^T P_i \varepsilon_i \quad (10)$$

Dem (9) thay vào (10) ta được cách tính gần đúng của hàm ảnh hưởng là:

$$IF(L_i; X, F) = -N^{-1} a_i^T P_i \Delta l_i \quad (11)$$

Nếu có tồn tại sai số thô và không có các điều kiện ràng buộc bổ sung khi bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất thì hàm ảnh hưởng rất lớn. Vì thế ước lượng theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất không có khả năng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô. Nếu như cho các điều kiện ràng buộc đối với Δl_i trong (11) sẽ làm cho ước lượng theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất sẽ có khả năng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô và đây chính là xuất phát điểm của phương pháp này.

Từ công thức (11) có thể thấy sai số thô Δl_i chịu ảnh hưởng của hai yếu tố: yếu tố sai số đo v_i và yếu tố thiết kế r_{ii} (từ ma trận hệ số A mà có). Chính vì vậy, nếu ta đề ra các điều kiện ràng buộc cho Δl_i sẽ làm cho ước lượng theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất có tác dụng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô đến cả với yếu tố đo và yếu tố thiết kế.

2.2. Xét ảnh hưởng của yếu tố đo và yếu tố thiết kế

Bình sai bền vững còn có thể gọi là bình sai giảm ảnh hưởng của sai số thô. Hiệu quả của việc bình sai bền vững phụ thuộc vào hàm trọng số tương đương. Với các hàm trọng số tương đương khác nhau sẽ nhận được kết quả ước lượng khác nhau và tất nhiên hiệu quả làm giảm ảnh hưởng của sai số thô khác nhau.

Đặt:

$$\bar{r} = (n - t)/n, k_A = k_0 / \bar{r}, k_B = k_1 / \bar{r} \quad (12)$$

Trong công thức (12), $\bar{r}$ là trị trung bình mức đo thừa của lưới, nó phản ánh mức độ hoàn thiện của toàn bộ yếu tố thiết kế.

k_0, k_1 là 2 hằng số thường lấy giá trị $k_0 = 1.0 \div 1.5, k_1 = 1.5 \div 2.5$.

Như vậy mô hình bình sai làm giảm ảnh hưởng của sai số thô với cách chọn hàm trọng số tương đương sẽ là:

$$\bar{P}_i = \begin{cases} p_{ii} & |\Delta l_i / \sigma_0| \leq k_A \\ p_{ii} \frac{k_A}{|\Delta l_i / \sigma_0|} & k_A < |\Delta l_i / \sigma_0| \leq k_B \\ 0 & |\Delta l_i / \sigma_0| > k_B \end{cases} \quad (13)$$

Trong công thức trên σ_0 là sai số trung phương trọng số đơn vị, Δl_i được tính theo công thức (9). Hàm trọng số tương đương xác định theo công thức (13) có đặc điểm:

- Với bất kỳ đồ hình thiết kế nào thì khi mức trị đo thừa trung bình $\bar{r}$ lớn khả năng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô của hệ thống lớn, lúc này k_A, k_B sẽ nhỏ. Nếu như nhỏ thì khả năng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô của lưới kém, lúc này k_A, k_B tương đối lớn. Theo định nghĩa của công thức (12) k_A, k_B sẽ phản ánh tính chất này. Như vậy theo công thức (12) có thể nói k_A, k_B phản ánh mức độ ảnh hưởng của yếu tố thiết kế đến bình sai làm giảm ảnh hưởng của sai số thô.

- Xác định hàm trọng số tương đương theo công thức (13) sẽ chia trị đo làm 3 khu vực: khu vực bình thường, khu vực nghi ngờ và khu vực có vấn đề nghiêm trọng rồi dùng phương pháp bình phương nhỏ nhất để xử lý kết quả đo. Với khu vực có vấn đề nghiêm trọng từ việc giảm trọng số sẽ làm giảm ảnh hưởng của chúng đến kết quả bình sai.

- Sai số thô Δl_i phụ thuộc vào yếu tố đo v_i và yếu tố thiết kế r_i . Vì vậy, xác định trọng số theo công thức (13) có khả năng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô của cả yếu tố đo và yếu tố thiết kế.

- Với các trị đo có r_i tương đối nhỏ mà lại có sai số thô ε_i lớn, vì Δl_i và ε_i có quan hệ như công thức (7) và (9) cho nên với phương

án tính trọng số này vẫn có tác dụng làm giảm ảnh hưởng của sai số thô, [2].

2.3. Phương pháp tính

Bình sai theo mô hình tính lặp theo các công thức sau, [2]:

$$\hat{X}^{(k)} = \hat{X}^{(k-1)} + \delta \hat{X}^{(k)} \quad (14)$$

$$V^{(k)} = A \delta \hat{X}^{(k)} - f^{(k-1)} \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{V^{(k)T} \bar{P}^{(k-1)} V^{(k)} / (n - m - t)} \quad (16)$$

Trong công thức (16),

$$\delta \hat{X}^{(k)} = (A^T \bar{P}^{(k-1)} A)^{-1} A^T \bar{P}^{(k-1)} f^{(k-1)}$$

$$f^{(k-1)} = L - A \hat{X}^{(k-1)}$$

Trong công thức (16), t là số lượng trị đo bị loại. Đối với nhóm trị đo độc lập thì t bằng số các trọng số $\bar{p}_{ii} = 0$. Khi $k = 1$ thì bình sai theo nguyên lý số bình phương nhỏ nhất thông thường lúc này $\hat{x}_0 = X_0$, $\bar{P}_0 = P$ là trọng số tiên nghiệm, trọng số tương đương $\bar{P}^{(k-1)}$ căn cứ vào $\hat{\sigma}_0^{(k)}$ và $\Delta l^{(k)}$ thay vào công thức (13) để tính. Khi hai lần tính gần nhau cho kết quả $|\hat{X}^{(k)} - \hat{X}^{(k-1)}|$ thoả mãn độ chính xác thì dừng lặp.

3. Tính toán, thực nghiệm

3.1. Lưới thực nghiệm

Lưới thực nghiệm là lưới thuỷ chuẩn hạng IV gồm 2 điểm gốc, 3 điểm cần xác định độ cao, 6 chênh cao đo và chiều dài tuyến đo tương ứng.

Sai số khép của các tuyến đo khép kín, sai số khép giữa hai điểm gốc: tuyến RP1 - 23 - 20 - RP1 là +7mm, tuyến 20 - 23 - 39 - 20 là -75 mm và tuyến RP1 - 20 - 39 - RP2 là +7 mm.

3.2. Cách tính thực nghiệm

Trên cơ sở lý thuyết và phương pháp tính đã trình bày ở phần 2, công việc tính toán thực nghiệm được thực hiện tự động hoá bằng việc lập trình chương trình bình sai bằng ngôn ngữ lập trình Visual Basic. Việc

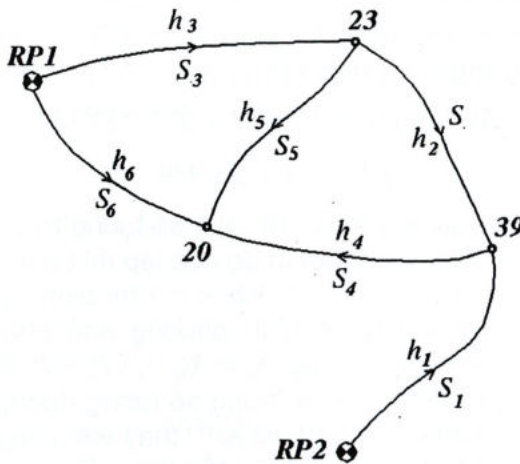
tính toán có thể khái quát hoá như sau:

- a. Lưới thuỷ chuẩn với số liệu đo chưa gán sai số thô vào trị đo.
 - Bình sai lưới thuỷ chuẩn theo phương pháp thông thường (phương pháp 1).
 - Bình sai lưới thuỷ chuẩn theo phương pháp bền vững (phương pháp 2).

- b. Lưới thuỷ chuẩn với số liệu đo đã gán sai số thô vào trị đo.

Bình sai lưới thuỷ chuẩn theo phương pháp bình sai bền vững khi trị đo có chứa sai số thô bằng 3, 4, 6, 8, 10, 12, 15 lần sai số trung phương trọng số đơn vị của lưới khi trị đo trong lưới không chứa sai số thô. Từ các kết quả nhận được rút ra các nhận xét.

Để ma trận $(A^T P A)^{-1}$ không suy biến trong quá trình tính lập, công thức (13) khi $|\Delta_i / \sigma_0| > k_B$ thì $P_i = 0 + c$ (c là hằng số nhỏ và bằng 0,0001)



Hình 1: Sơ đồ lưới thực nghiệm

Bảng 1: Số liệu gốc

STT	Tên điểm	Độ cao (mét)
1	RP1	89.4357
2	RP2	91.0472

Bảng 2: Số liệu đo

STT	h_i (mét)	S_i (kilômét)
1	2.1650	0.8
2	0.8160	1.1
3	2.9565	0.5
4	0.4745	0.9
5	1.2980	0.8
6	4.2475	1.4

3.3. Kết quả thực nghiệm

Lưới thuỷ chuẩn có mức đo thừa lớn nhất 0.6559 (h_6), mức đo thừa nhỏ nhất 0.3346 (h_1), mức đo thừa trung bình 0.50. Sai số trung phương trọng số đơn vị của lưới có giá trị bằng 3.36 (mm).

Bảng 3: Kết quả độ cao sau bình sai của phương pháp 1 và phương pháp 2

STT	20	23	39	SSTP (mm)
Phương pháp 1 H_i (m)	93.6867	92.3917	93.2110	3.36
Phương pháp 2 H'_i (m)	93.6865	92.3918	93.2109	3.28
$H_i - H'_i$ (mm)	0.2	-0.1	0.1	

Khi trong trị đo không chứa sai số thô bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất và phương pháp bình sai bền vững cho kết quả tương đương nhau.

Bảng 4: Độ lệch độ cao sau bình sai của phương án 1 và 2

STT	Sai số thô ở trị đo 1			Sai số thô ở trị đo 2			Sai số thô ở trị đo 3		
	20	23	39	20	23	39	20	23	39
3 σ	-2.5	-1.9	-4.9	-0.1	1.7	-2.3	-2.3	-4.7	-2
6 σ	-1	-0.8	-2	-0.4	2.8	-4.3	-1.2	-3.3	-1.3
8 σ	1.1	0.3	1.6	-0.5	3.7	-5.6	0.9	1	0.3
10 σ	1.1	0.3	1.6	-0.1	0.8	-1.2	0.9	1	0.3
15 σ	1.1	0.3	1.6	-0.1	0.8	-1.2	0.9	1	0.3

Bảng 5: Độ lệch độ cao sau bình sai của phương án 1 và 2

STT	Sai số thô ở trị đo 4			Sai số thô ở trị đo 5			Sai số thô ở trị đo 6		
	20	23	39	20	23	39	20	23	39
3 σ	-3.4	-0.6	2.1	-2.9	1.4	-0.6	-3.6	-1.4	-1.4
6 σ	-5.4	-0.8	4.2	2.6	-1.1	0.8	-6	-2.4	-2.7
8 σ	-6.2	-0.9	5.5	2.6	-1.1	0.8	-1.8	-0.8	-0.8
10 σ	-0.9	-0.5	0.5	2.6	-1.1	0.8	-1.8	-0.8	-0.8
15 σ	-0.9	-0.5	0.5	2.6	-1.1	0.7	-1.8	-0.8	-0.8

Bảng 6: Trọng số của trị đo ở lần lặp cuối cùng khi trị đo đã gán sai số thô

Trị đo	3 σ	6 σ	8 σ	10 σ	15 σ
1	1.0973	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
2	0.9091	0.7207	0.6948	0.0001	0.0001
3	0.8651	1.7193	0.0001	0.0001	0.0001
4	1.1111	0.8799	0.8468	0.0001	0.0001
5	0.7143	0.5352	0.0001	0.0001	0.0001
6	0.7143	0.5352	0.0001	0.0001	0.0001

Khi trong trị đo có chứa sai số thô, độ lệch của độ cao sau bình sai giữa phương pháp 2 và phương pháp 1 nhỏ hơn 2 lần sai số trung phương trọng số đơn vị. Phương pháp bình sai bền vững chỉ ra được trị đo nào trong lưới chứa sai số thô. Trị đo có sai số thô có trọng số của lần lặp cuối cùng $p_{ij} = 0 + c$ ($c = 0.0001$).

4. Kết luận

Từ các kết quả thực nghiệm cho thấy:

- Chất lượng của lưới trắc địa không chỉ phụ thuộc vào yếu tố đo mà còn phụ thuộc vào yếu tố thiết kế. Dựa vào mức đo thừa có thể tìm hiểu được ảnh hưởng của sai số thô đến trị đo và kết quả bình sai lưới. Mức đo thừa của các trị đo cho ta biết mức độ ảnh hưởng của sai số thô đến trị đo đó. Mức đo thừa của các trị đo có giá trị nằm trong khoảng $0 \leq r_i \leq 1$ và tổng các mức đo thừa của các trị đo trong lưới bằng trị đo thừa của lưới đó.

- Bất kể lưới có hay không có sai số thô phương pháp bình sai bền vững đều cho kết

quả đáng tin cậy. Phương pháp bình sai bền vững làm giảm được ảnh hưởng của sai số thô có giá trị từ 3 đến 15 lần sai số trung phương trọng số đơn vị.

- Phương pháp bình sai bền vững phát hiện được sai số thô nhỏ nhất bằng 6 lần sai số trung phương trọng số đơn vị. Với những trị đo tồn tại sai số thô mà sai số thô đó có giá trị lớn hơn hoặc bằng 10 lần sai số trung phương trọng số đơn vị thì chắc chắn trị đo có chứa sai số thô đó được phát hiện. ○

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phan Văn Hiến, Đỗ Ngọc Đường, 2007. Thiết kế tối ưu lưới trắc địa. Nhà xuất bản Giao thông vận tải, Hà Nội.

[2]. Yang Shiqing Yu Xuexiang Lũ Weicai (3 - 1998). Bình sai bền vững ước lượng sai số thô. Tạp chí Trắc địa - Bản đồ, Vũ Hán, Trung Quốc.

[3]. Bộ môn Bình sai trắc địa, Đại học kỹ thuật Trắc hội Vũ Hán. Cơ sở bình sai trắc địa. Nhà xuất bản Trắc hội, Bắc Kinh 1996. ○