

# PHÁT TRIỂN THUẬT TOÁN TRIỂN KHAI MÔ HÌNH BÌNH SAI TỔNG QUÁT ĐỐI VỚI CÁC MẠNG LƯỚI TRẮC ĐỊA

PGS.TSKH. HÀ MINH HOÀ

Viện Khoa học Đo đạc và Bản đồ

ThS. BÙI ĐĂNG QUANG

Cục Đo đạc và Bản đồ Việt Nam

## Tóm tắt.

Bài báo khoa học này đề xuất thuật toán  $T^{-T}$  để loại bỏ các trị đo thô với mục đích hoàn thiện thuật toán triển khai mô hình tham số tổng quát của các bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa.

## I. Đặt vấn đề

hư đã chỉ ra trong [7], việc xây dựng mô hình tổng quát của bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa được các nhà trắc địa rất quan tâm trong thế kỷ XX và ngay cả trong thế kỷ XXI. Vấn đề nêu trên được quan tâm giải quyết nhằm đáp ứng một mục tiêu cơ bản: xây dựng “ngôi nhà thống nhất” của bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa mà trong đó trên cơ sở một mô hình thống nhất có thể giải quyết về cơ bản tất cả các bài toán bình sai mạng lưới trắc địa thường gặp trong thực tế và mô hình đó có thể được triển khai nhờ một thuật toán đáp ứng mọi yêu cầu hiện đại của các bài toán này.

Tài liệu [7] cũng đề cập đến các yêu cầu của một thuật toán hiện đại để bình sai các mạng lưới trắc địa bao gồm:

- Thuật toán triển khai mô hình của bài toán bình sai phải cho nghiệm tin cậy nhất, tức ảnh hưởng của việc tích luỹ sai số làm tròn khi giải quyết bài toán trên máy tính điện tử là nhỏ nhất. Yêu cầu này được giải quyết nhờ áp dụng kỹ thuật ma trận thưa;
- Thuật toán bình sai mạng lưới trắc địa phải cho phép phát hiện sự có mặt của các trị đo thô và tìm kiếm chúng một cách tin cậy trong quá trình tính toán bình sai;
- Thuật toán cho phép hiệu chỉnh các kết quả bình sai mạng lưới trắc địa khi đưa vào hoặc loại bỏ một số trị đo. Yêu cầu này xuất phát từ sự đòi hỏi phát triển công cụ đổi mới các nhóm trị đo (thay thế trị đo thô bằng trị đo chính xác, phục hồi các điểm trắc địa bị mất) của Hệ thống thông tin trắc địa.

Khuynh hướng phát triển mô hình tổng quát trong thế kỷ XX chủ yếu xây dựng mô hình toán học tổng quát cho phép thống nhất tất cả các phương pháp bình sai cơ bản như phương pháp bình sai gián tiếp, phương pháp bình sai điều kiện, phương pháp bình sai điều kiện kèm ẩn số và phương pháp bình sai gián tiếp kèm điều kiện. Vào cuối thập niên 70 của thế kỷ XX, mô hình tổng quát của bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa được GS. Litvinov B. A. đề xuất là mô hình toán học của phương pháp bình sai điều kiện kèm ẩn số [1]. Do trong các phương pháp tính, phương pháp biến đổi trực giao cho phép hạn chế tối đa sự tích luỹ của sai số làm tròn, nên trong [2] GS. Zlatanov G. E. đề xuất sử dụng phương pháp biến đổi trực giao Gramma - Smidt để triển khai mô hình toán học của phương pháp bình sai điều kiện kèm ẩn số.

Khi tính đến những hạn chế cơ bản của phương pháp bình sai điều kiện như sự phức tạp hoá trong việc mô hình hoá các phương trình điều kiện trong mạng lưới trắc địa trên máy tính điện tử, đặc biệt khi giải quyết các bài toán phức tạp như bình sai ghép nối mạng lưới trắc địa vệ tinh với mạng lưới trắc địa mặt đất, trong [3] GS. Markuze Y. I. đã đề xuất mô hình tổng quát của bài toán bình sai dựa trên phương pháp bình sai gián tiếp kèm điều kiện ở dạng sau:

$$\begin{aligned} V &= A \cdot \delta x + L, \\ B \cdot \delta x + C \cdot \delta z + W &= 0. \end{aligned}$$

Mô hình trên cho phép suy ra tất cả các phương pháp bình sai cơ bản như phương pháp bình sai gián tiếp, phương pháp bình sai điều kiện, phương pháp bình sai điều kiện kèm ẩn số và phương pháp bình sai gián tiếp kèm điều kiện.

Xuất phát từ thực tế là việc tính toán bình sai các mạng lưới trắc địa hiện nay chủ yếu sử dụng phương pháp bình sai gián tiếp và phương pháp bình sai gián tiếp kèm điều kiện, trong [7] đã đưa ra mô hình tham số tổng quát của các bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa có dạng sau đây:

$$\begin{aligned} V_1^{n_1 x^1} &= A_{n_1 x^k} \cdot \delta X_{kx1} + L_1, \quad P_1, \\ V_2^{n_2 x^1} &= B_{n_2 x^k} \cdot \delta X_{kx1} + C_{n_2 x^t} \cdot \delta Z_{tx1} + L_2, \quad P_2, \end{aligned} \quad (1)$$

Ở đây điều kiện để giải bài toán là tổng số các trị đo  $n = n_1 + n_2$  phải lớn hơn tổng số ẩn số  $k + t$ ;  $k$  - số lượng tham số ẩn (tọa độ, độ cao) và  $t$  - số lượng các tham số bổ sung và chỉ ra 5 trường hợp sử dụng phổ biến của mô hình (1) trong thực tế tính toán bình sai các mạng lưới trắc địa hiện nay. Lưu ý rằng ma trận trọng số  $P_2$  có các thành phần đường chéo là các số dương hữu hạn hoặc vô hạn.

Tồn tại nhiều phương pháp giải quyết bài toán bình sai khối các mạng lưới trắc địa lớn, kể cả bài toán bình sai ghép nối các mạng lưới trắc địa vệ tinh và mặt đất. Trong [3, 4] xem xét việc bình sai riêng rẽ một khối theo phương pháp bình sai lưới tự do và ghép nối tiếp theo vào hệ tọa độ quốc gia. Tuy nhiên vấn đề sẽ trở nên rất phức tạp khi phải giải quyết bài toán ghép nối với ma trận giả nghịch đảo  $R^{-1}$ . Để khắc phục vấn đề này, trong [8] đã đề xuất việc cố định d tham số ẩn cần thiết khi bình sai riêng rẽ một khối theo phương pháp bình sai gián tiếp thông thường. Việc bình sai ghép nối được tiến hành khi triển khai mô hình (1), ở đây  $n_1 = n_2$  là số lượng các ẩn số chung  $\delta X$ ,  $t$  - số lượng các số cải chính  $\delta Z$  vào các tham số chuyển đổi hệ tọa độ, ma trận trọng số  $P_2$  có dạng  $P_2 = (R + P_d)^{-1}$ , ở đây  $R$  - ma trận chuẩn suy biến nhận được từ kết quả bình sai riêng rẽ khối (mạng lưới trắc địa) theo các trị đo,  $P_d = 10^6 \cdot E_d$  - ma trận trọng số của d tham số cần thiết được cố định khi bình sai riêng rẽ khối (d - số tham số cần thiết để định vị một mạng lưới trắc địa. Đối với mạng lưới trắc địa tự do, d được gọi là lượng hụt). Trong [8] đã chứng minh được rằng quá trình bình sai ghép nối tiếp theo khối vào hệ tọa độ quốc gia sẽ tự động loại bỏ việc cố định d tham số. Do đó việc bình sai riêng rẽ khối theo phương pháp bình sai lưới tự do trở nên không cần thiết.

Khi giải quyết bài toán bình sai mạng lưới trắc địa theo phương pháp bình sai gián tiếp,

kể cả trường hợp bình sai ghép nối các mạng lưới trắc địa vệ tinh và mặt đất, việc sử dụng thuật toán - T (ở đây T - ma trận tam giác trên liên hệ với ma trận chuẩn R theo công thức  $R = T^T T$ ) dựa trên phép biến đổi xoay trung bình được đề xuất trong [6] cho phép đáp ứng được tất cả các yêu cầu đặt ra cho thuật toán bình sai hiện đại đã nêu ở trên. Vấn đề tiếp theo là xây dựng thuật toán để triển khai mô hình (1) với lưu ý cả trường hợp ma trận trọng số  $P_2$  có các thành phần đường chéo là các số dương vô hạn (khi đó ma trận  $P_2$  là ma trận trọng số của các phương trình điều kiện khi giải quyết bài toán bình sai gián tiếp kèm điều kiện và thường gặp trong bài toán bình sai mạng lưới trắc địa tự do). Trường hợp nêu trên dẫn đến bài toán giải hệ phương trình với ma trận chuẩn không xác định dương. Khi lưu ý trường hợp này, các thuật toán triển khai hiệu quả mô hình (1) và đáp ứng các yêu cầu nêu trên đối với các thuật toán hiện đại là thuật toán - Q do GS. Markuze Y.I. đề xuất dựa trên công thức truy hồi (xem trong [1]) và thuật toán -  $T^{-T}$  (ở đây ma trận  $T^{-T}$  liên hệ với ma trận nghịch đảo  $Q = R^{-1}$  theo công thức  $Q = T^{-1} \cdot T^{-T}$ ) được phát triển trong [5] và được xây dựng hoàn chỉnh trong [9] dựa trên phương pháp biến đổi xoay. Do phép biến đổi xoay là phép biến đổi trực giao, nên nó cho phép hạn chế tối đa sự tích luỹ của các sai số làm tròn trong quá trình tính toán bình sai. Đây là ưu điểm nổi trội của thuật toán -  $T^{-T}$  so với thuật toán-Q.

Trong [9] đã đề xuất việc đưa lần lượt các trị đo vào tính toán bình sai truy hồi kết hợp với việc kiểm tra sự có mặt và tìm kiếm các trị đo thô bằng thuật toán -  $T^{-T}$ . Trong bài báo khoa học này sẽ xem xét tiếp việc giải quyết vấn đề loại bỏ một số các trị đo từ kết quả bình sai nhờ thuật toán -  $T^{-T}$ .

## II. Giải quyết vấn đề

Việc loại bỏ một số trị đo kết hợp với việc hiệu chỉnh tương ứng các kết quả bình sai đã có là một nhiệm vụ quan trọng của một thuật toán hiện đại. Các trường hợp thực tế thường gặp khi giải quyết vấn đề này là yêu cầu loại bỏ trị đo thô được tìm thấy kết hợp với việc hiệu chỉnh tương ứng các kết quả bình sai đã có và đưa vào lại trị đo chính xác cùng với sự hiệu chỉnh tương ứng các kết quả bình sai; hoặc khi phục hồi các điểm trắc địa bị mất bằng cách đo lại các trị đo mới đòi hỏi phải loại bỏ các trị đo tương ứng với mốc bị mất và đưa vào lại các trị đo mới tương ứng với điểm trắc địa vừa được phục hồi lại; hoặc trong bài toán thiết kế mạng lưới trắc địa tối ưu với việc bố trí các trị đo hợp lý đảm bảo vết của ma trận nghịch đảo là cực tiểu.

Để xây dựng phương pháp loại bỏ một số các trị đo từ kết quả bình sai nhờ thuật toán -  $T^{-T}$ , chúng ta xem xét một số công thức liên quan đến việc đưa trị đo thứ i là  $y_i$  vào tính toán bình sai truy hồi theo thuật toán -  $T^{-T}$  [9], ở đây  $i=1,2,\dots,n$ ;  $n$  - tổng số trị đo trong mạng lưới trắc địa. Giả sử sau khi đưa vào tính toán bình sai truy hồi ( $i-1$ ) trị đo đầu tiên chúng ta nhận được vectơ tham số ẩn  $X_{i-1}$  và ma trận tam giác dưới  $T_{i-1}^{-T}$ . Khi đó phương trình số cải chính của trị đo  $y_i$  với trọng số  $p_i$  có dạng:

$$\bar{v}_i = a_i \cdot \delta x_i + \bar{l}_i^{(0)},$$

ở đây số hạng tự do  $\bar{l}_i^{(0)} = \varphi_i(X_{i-1}) - y_i$ ;  $\varphi_i$  - vectơ - hàm liên hệ.

Trọng số  $g_i$  của số hạng tự do  $\bar{l}_i^{(0)}$  có dạng:

$$g_i = p_i^{-1} + \bar{l}_i^T \bar{l}_i, \quad (2)$$

## Nghiên cứu - Ứng dụng

Ở đây vectơ  $\bar{t}_i$  được xác định từ công thức:

$$\bar{t}_i = T_{i-1}^{-T} \cdot a_i^T. \quad (3)$$

Giả thiết rằng sau khi đưa trị đo  $y_i$  vào tính toán truy hồi theo thuật toán  $T^{-T}$  chúng ta nhận được các kết quả bình sai bao gồm ma trận biến đổi  $T_i^{-T}$  véc tơ ẩn  $X_i$ , tổng  $\Phi_i = [P V V]$ . Bây giờ chúng ta sẽ nghiên cứu thuật toán loại bỏ trị đo  $y_i$  với việc hiệu chỉnh tương ứng các kết quả bình sai. Lúc này phương trình số cải chính của trị đo  $y_i$  có dạng:

$$v_i = a_i \cdot \delta x_i + l_i^{(0)},$$

Ở đây số hạng tự do  $l_i^{(0)} = \varphi_i(X_i) - y_i$

Lưu ý các ma trận nghịch đảo  $Q_{i-1}, Q_i$  có dạng  $Q_{n-1} = T_{n-1}^{-1} \cdot T_{n-1}^{-T}$ ,

$Q_n = T_n^{-1} \cdot T_n^{-T}$ , từ công thức truy hồi đã biết:

$$Q_{i-1} = Q_i + \frac{1}{\zeta_i} Q_i \cdot a_i^T \cdot a_i \cdot Q_i,$$

chúng ta có:

$$T_{i-1}^{-1} \cdot T_{i-1}^{-T} = T_i^{-1} \cdot T_i^{-T} + \frac{1}{\zeta_i} T_i^{-1} \cdot T_i^{-T} \cdot a_i^T \cdot a_i \cdot T_i^{-1} \cdot T_i^{-T} = T_i^{-1} \cdot S_i \cdot T_i^{-T}, \quad (4)$$

Ở đây

$$S_i = E + \frac{1}{\zeta_i} \cdot t_i \cdot t_i^T, \quad (5)$$

$$\zeta_i = P_i^{-1} - t_i^T \cdot t_i, \quad (6)$$

$$t_i = T_i^{-T} \cdot a_i^T, \quad (7)$$

E - ma trận đơn vị.

Để thực hiện phép biến đổi xoay, chúng ta lập ma trận phụ:

$$B = \begin{bmatrix} T_i^{-T} & 0 \\ \eta_i & \delta_i^{(0)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Ở đây vectơ - cột  $\eta_i^T$  được xác định theo công thức:

$$\eta_i^T = \frac{T_i^{-1} \cdot t_i}{\sqrt{\zeta_i}}, \quad (9)$$

còn số  $\delta_i^{(0)}$  có dạng như sau:

$$\delta_i^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_i}}. \quad (10)$$

Lần lượt biến đổi xoay đối với các hàng của ma trận B (8), bắt đầu từ hàng đầu tiên theo chỉ số  $j = 1, 2, \dots, k$ , ở đây  $k$  là bậc của ma trận  $T_n^{-T}$ . Để biến đổi hàng thứ  $j$ , cần lập ma trận

## Nghiên cứu - Ứng dụng

xoay:

$$H_j = \begin{bmatrix} 1 & c_j & 0 \\ 0 & S_j & 0 \\ 0 & 0 & C_j \end{bmatrix}$$

Ở đây  $C_j = x/f$ ;  $S_j = -y/f$ ;  $f = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ;  $x$  - thành phần đường chéo thứ  $j$  của ma trận  $B$ ;  $y$  - thành phần thứ  $j$  của vectơ hàng  $\eta_i^{(j-1)}$  nhận được sau khi biến đổi  $(j-1)$  hàng đầu tiên của ma trận  $B$ .

Nhân ma trận xoay  $H_j$  từ bên phải với ma trận  $B$  (8). Kết quả sẽ biến đổi xong hàng thứ  $j$  của ma trận  $B$ . Bằng cách như vậy, sau khi biến đổi xong tất cả  $k$  hàng đầu tiên của ma trận  $B$ , chúng ta sẽ nhận được ma trận:

$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} T_{i-1}^{-T} & h_i^T \\ 0 & \gamma_i \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Chúng ta sẽ xác định dạng của vectơ hàng  $h_i$  và số  $\gamma_i$ . Do ma trận xoay  $H_j$  là ma trận chuẩn vuông góc thỏa mãn tính chất:

$$H_i^T \cdot H_i = E,$$

Ở đây  $E$  - ma trận đơn vị, nên suy ra:

$$\bar{B}_i^T \cdot \bar{B}_i = B_i^T \cdot B_i \quad (12)$$

Lưu ý (8) và (11), từ (12) suy ra các đẳng thức sau:

$$T_{i-1}^{-1} \cdot T_{i-1}^{-T} = T_i^{-1} \cdot T_i^{-T} + \eta_i^T \cdot \eta_i, \quad (13)$$

$$T_{i-1}^{-1} \cdot h_i^T = \eta_i^T \cdot \delta_i^{(0)}, \quad (14)$$

$$(\delta_i^{(0)})^2 = h_i \cdot h_i^T + \gamma_i^2. \quad (15)$$

Từ (13) lưu ý (4) và (9) có thể thấy rằng đẳng thức (13) hoàn toàn đúng. Như đã chứng minh trong [10] chúng ta có quan hệ:

$$Q_{i-1} \cdot a_i^T = \frac{Q_i \cdot a_i^T}{\zeta_i \cdot p_i}. \quad (16)$$

Từ (16) lưu ý (7) và (9) suy ra:

$$\begin{aligned} T_{i-1}^{-1} \cdot T_{i-1}^{-T} \cdot a_i^T &= \frac{T_i^{-1} \cdot T_i^{-T} \cdot a_i^T}{\zeta_i \cdot p_i} = \\ &= \frac{T_i^{-1} \cdot t_i}{\sqrt{\zeta_i} \cdot \sqrt{\zeta_i \cdot p_i}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\zeta_i \cdot p_i}} = \eta_i^T \cdot \frac{1}{\sqrt{\zeta_i \cdot p_i}}. \end{aligned} \quad (17)$$

So sánh (14) và (17) khi lưu ý (10) suy ra dạng của vectơ  $h_i^T$  như sau:

$$h_i^T = p_i \cdot T_{i-1}^{-T} \cdot a_i^T. \quad (18)$$

Trên cơ sở (2), (3), (6), (7) và (16) chúng ta có:

$$\begin{aligned} g_i &= p_i^{-1} + a_i \cdot Q_{i-1} \cdot a_i^T = p_i^{-1} + \frac{a_i \cdot Q_i \cdot a_i^T}{\zeta_i \cdot p_i} = \\ &= \frac{\zeta_i + a_i \cdot Q_i \cdot a_i^T}{\zeta_i \cdot p_i} = \frac{p_i^{-1}}{\zeta_i \cdot p_i} = \frac{1}{\zeta_i \cdot p_i^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Thay  $h_i^T$  từ (18) vào (15) và lưu ý (2), (3), (10), (19) suy ra:

$$\frac{1}{\zeta_i} = p_i^2 \cdot a_i \cdot T_{i-1}^{-1} \cdot T_{i-1}^{-T} \cdot a_i^T + \gamma_i^2,$$

$$\text{hay } \gamma_i^2 = g_i \cdot p_i^2 - p_i^2 \bar{J}_i^T \bar{J}_i = p_i^2 \cdot (g_i - \bar{J}_i^T \bar{J}_i) = p_i^2 \cdot p_i^{-1} = p_i.$$

Từ đây chúng ta có:

$$\gamma_i = \sqrt{p_i}. \quad (20)$$

Như vậy chúng ta đã xác định được dạng của vectơ hàng  $h_i$  (18) và số  $\gamma_i$  (20) trong ma trận  $\bar{B}_i$  (11). Với mục đích hiệu chỉnh kết quả bình sai sau khi đã loại bỏ trị đo  $y_i$ , ngoài ma trận  $T_{i-1}^{-T}$  đã xác định được trong (11), chúng ta cần xác định véc tơ ẩn  $X_{i-1}$  và tổng  $\Phi_{i-1} = [PVI]_{i-1}$ . Không khó khăn để nhận thấy tổng  $\Phi_{i-1} = \Phi_i - p_i \cdot (l_i^{(0)})^2$ , ở đây  $l_i^{(0)} = \varphi_i(X_i) - y_i$ . Véc tơ ẩn  $X_{i-1}$  được xác định theo công thức [10]:

$$X_{i-1} = X_i + \frac{\eta_i^T}{\gamma_i} l_i^{(0)},$$

Ở đây vectơ - cột  $\eta_i^T$  được xác định theo công thức (9), số  $\gamma_i$  - theo công thức (20).

Đến đây chúng ta đã xây dựng xong cơ sở lý thuyết của bài toán loại bỏ một số các trị đo từ kết quả bình sai nhờ thuật toán -  $T^T$ .

Chúng ta xem xét tiếp việc sử dụng thuật toán nêu trên để hiệu chỉnh hoặc đổi mới các trị đo trong một số trường hợp sau:

1) Trị đo  $y_i$  là trị đo thô, còn giá trị chính xác của trị đo này là  $\tilde{y}_i$ . Do trọng số  $p_i$  không đổi, nên không cần thiết phải hiệu chỉnh ma trận biến đổi  $T_i^{-T}$  và không cần thiết phải áp dụng thuật toán trên để loại bỏ trị đo thô. Cách làm đơn giản hơn nhiều và đã được mô tả trong [10]:

Trước tiên tính vectơ  $t_i$  theo công thức (7), tính vectơ  $Z_i^T$  theo công thức  $Z_i^T = T_i^{-1} J_i$ , tính số  $\zeta_i$  theo công thức (6). Khi loại bỏ trị đo thô  $y_i$  tính vectơ ẩn số  $X_{i-1}$  theo công thức:

$$X_{i-1} = X_i + \frac{Z_i^T}{\zeta_i} l_i^{(0)},$$

và tổng  $\Phi_{i-1} = \Phi_i - p_i \cdot (l_i^{(0)})^2$ . Tiếp theo để đưa vào trị đo chính xác  $\tilde{y}_i$  thực hiện tính

số hạng tự do  $\tilde{l}_i^{(0)} = \varphi_i(X_{i-1}) - \tilde{y}_i$ , và vectơ ẩn số  $X_i$  được hiệu chỉnh theo công thức:

$$X_i = X_{i-1} - \frac{\bar{Z}_i^T}{g_i} \tilde{l}_i^{(0)},$$

và tổng  $\Phi_i$  được hiệu chỉnh theo công thức:

$$\Phi_i = \Phi_{i-1} + \frac{(\tilde{l}_i^{(0)})^2}{g_i},$$

Ở đây vectơ  $\bar{Z}_i^T$  được xác định theo công thức:

$$\bar{Z}_i^T = \frac{Z_i^T}{p_i \cdot \zeta_i},$$

còn số  $g_i$  được xác định theo công thức  $g_i = p_i^{-1} + a_i \cdot \bar{Z}_i^T$ .

2) Khi phục hồi mốc trắc địa bị mất tại vị trí cũ và tiến hành đo nối lại các điểm bằng các trị đo mới theo quy trình đo tương tự như trước đây, do trong số của các trị đo không thay đổi nên không cần thiết phải hiệu chỉnh ma trận biến đổi  $T^T$ . Quy trình loại bỏ các trị đo tương ứng với mốc cũ và đưa vào các trị đo mới tương ứng với mốc mới được phục hồi được tiến hành giống như ở trường hợp 1 nêu trên.

3) Khi phục hồi mốc trắc địa bị mất tại vị trí mới và tiến hành đo nối lại các điểm bằng các trị đo mới theo quy trình đo hoặc tương tự như trước đây hoặc không tương tự như trước đây. Trong trường hợp này do trọng số và bản thân giá trị của các trị đo mới thay đổi, nên cần thiết phải hiệu chỉnh ma trận biến đổi  $T^T$ . Gọi  $y_i$  là trị đo cũ với trọng số  $p_i$ , còn  $\tilde{y}_i$  là trị đo mới với trọng số  $\tilde{p}_i$ . Sau khi loại bỏ trị đo cũ bằng thuật toán được xem xét trong bài báo này, để đưa trị đo mới vào chúng ta làm như sau: Tính lại số hạng tự do  $\tilde{l}_i^{(0)} = \varphi_i(X_{i-1}) - \tilde{y}_i$ . Tiếp theo sử dụng thuật toán  $T^T$  trong [9] để tính ma trận biến đổi  $T_i^{-T}$ , vectơ ẩn số  $X_i$  và tổng  $\Phi_i$ .

### III. Kết luận

Việc phát triển thuật toán  $T^T$  để loại bỏ một số trị đo (thường gặp khi xuất hiện yêu cầu loại bỏ các trị đo thô ra khỏi mạng lưới trắc địa hoặc loại bỏ các trị đo cũ và bổ sung các trị đo mới khi giải quyết bài toán phục hồi các điểm trắc địa bị mất .v.v.) cùng với thuật toán  $T^T$  được đề xuất trong [9] để đưa vào lưới các trị đo mới đã hoàn thiện thuật toán bình sai truy hồi để triển khai mô hình tham số tổng quát của các bài toán bình sai trắc địa dạng (1).

Việc phát triển thuật toán  $T^T$  để loại bỏ một số trị đo không chỉ có ý nghĩa về mặt lý thuyết trong việc hoàn thiện các phương pháp xử lý toán học các mạng lưới trắc địa, mà còn có những ứng dụng thực tế và hiệu quả trong việc xây dựng Hệ thống thông tin trắc địa động lực liên quan tới việc xử lý toán học mạng lưới trắc địa động lực tự do để giám sát sự biến động của vỏ Trái đất phục vụ công tác dự báo tai biến tự nhiên. O

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Litvinov B. A. (1979). Các cơ sở của tính toán bình sai và đánh giá độ chính xác các kết quả đo đạc và bình sai. Matxcova, "Nedra". (Tiếng Nga).

- [2]. Zlatanov G. (1979). Kỹ thuật tính toán điện tử trong trắc địa. "Technica", Xô Phia, 309 trg. (Tiếng Bun Ga Ri).
- [3]. Markuze Y.I. (1989). Các thuật toán để bình sai các mạng lưới trắc địa trên máy tính điện tử. Matxcova, Nedra. 248 trg. (Tiếng Nga).
- [4]. Wels V.M. (1993). Một vài vấn đề ghép nối các trị đo trong các mạng lưới trắc địa mặt đất và vệ tinh. IZV. VUZOV. Geodezia i Aerophotoxemka. No1-2, trg. 112 - 129. (Tiếng Nga).
- [5]. Hà Minh Hoà. (1995). Các phương pháp ghép nối các mạng lưới trắc địa vệ tinh và mặt đất với việc áp dụng phép xoay Givens. IZV. VUZOV. Geodezia i Aerophotoxemka. No1, 1995, trg. 54 - 66. (Tiếng Nga).
- [6]. Hà Minh Hoà. (1995). Cải biên sơ đồ Givens - Gentlment khi bình sai truy hồi với việc áp dụng phương pháp xoay. IZV. VUZOV. Geodezia i Aerophotoxemka. No3, 1995, trg. 38 - 51. (Tiếng Nga).
- [7]. Hà Minh Hoà. (2005). Mô hình tham số tổng quát của bài toán bình sai các mạng lưới trắc địa. Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Mỏ - Địa chất. Số 11, tháng 7-2005. Trg. 60-63.
- [8]. Hà Minh Hoà. (2005). Mô hình tổng quát của bài toán bình sai khối mạng lưới trắc địa lớn theo phương pháp cố định các ẩn số cần thiết. Tạp chí Địa chính. Số 6, tháng 12-2005. Trg. 38- 44.
- [9]. Hà Minh Hoà, Phạm Hoàng Lân, Trần Đình Tô, Nguyễn Ngọc Lâu, Dương Chí Công, Vy Quốc Hải. (2005). Ứng dụng công nghệ GPS để nghiên cứu chuyển dịch vỏ Trái đất trên khu vực đứt gãy Lai Châu - Điện Biên. Đề tài NCKH cấp Bộ Tài nguyên và Môi trường giai đoạn 2002 - 2005. Hà Nội - 6/2005.
- [10]. Hà Minh Hoà. Hiệu chỉnh các kết quả bình sai mạng lưới trắc địa khi đổi mới các trị đo có cùng độ chính xác. Tạp chí Địa chính. Số 6, tháng 12-2006. Trg. 5-7.○

### SUMMARY

DEVELOPMENT OF ALGORITHM FOR REALIZATION OF THE GENERAL ADJUSTMENT MODEL OF GEODETIC NETWORK

Ass. Prof. Dr. Sc. Ha Minh Hoa

Viet Nam Institute of Geodesy And Cartography

Mas. Bui Dang Quang

Viet Nam Department of Geodesy And Cartography

This paper proposes the algorithm  $T^r$  for elimination of blunder measurements with purpose of perfection of algorithms used for realization of the general parametric model of the geodetic network adjustment.○