

# QUAY TRỞ LẠI VẤN ĐỀ SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI LƯỚI TRẮC ĐỊA TỰ DO TRONG NGHIÊN CỨU CHUYỂN DỊCH CỦA VỎ TRÁI ĐẤT

PGS. TSKH. HÀ MINH HÒA  
Viện Khoa học Đo đạc và Bản đồ

## Tóm tắt:

Bài báo khoa học này xem xét các vấn đề liên quan đến việc xác định điểm cố định (hoặc mặt cố định) trong việc nghiên cứu xác định các vectơ chuyển dịch ngang, không gian (hoặc đứng) của vỏ Trái đất khi bình sai các mạng lưới trắc địa tự do. Các kết quả nghiên cứu trong bài báo này sẽ góp phần làm sâu sắc thêm cơ sở lý luận của việc sử dụng phương pháp bình sai mạng lưới trắc địa tự do trong việc xác định chuyển dịch của vỏ Trái đất nhờ kết quả đo lập các mạng lưới này.

## 1. Đặt vấn đề

Mô hình của bài toán bình sai mạng lưới trắc địa tự do theo phương pháp bình phương tối thiểu được biểu diễn trên cơ sở giải hệ phương trình số cải chính của các trị đo [2]:

$$V_{n \times 1} = A_{n \times k} \cdot dt^{k \times 1} + L_{n \times 1}, \quad (1)$$

với ma trận trọng số  $P_{n \times 1}$ , dưới điều kiện

$$B^T \cdot dt = 0, \quad (2)$$

ở đây  $n$  - tổng số các trị đo trong mạng lưới là thành phần của vectơ các trị đo  $Y_{n \times 1}$ ;  $A_{n \times k}$  - ma trận hệ số suy biến cột với lượng hụt  $d = k - \text{rang}(A) > 0$ ;  $k$  - tổng số nghiệm cần tìm;  $r = \text{rang}(A)$  - hạng của ma trận  $A$ , thêm vào đó  $r < k$ ;  $B$  - ma trận bậc  $k \times s$ , thêm vào đó  $s \geq d$ , ma trận  $A$  quan hệ với ma trận  $B$  theo biểu thức  $A \cdot B = 0$ ; còn vectơ số hạng tự do

$$L_{n \times 1} = \varphi(T^{(0)}) - Y_{n \times 1}, \quad (3)$$

$\varphi(T^{(0)})$  - vectơ - hàm liên hệ;  $T^{(0)}$  - vectơ các giá trị gần đúng của các tham số cần tìm (tọa độ hoặc độ cao), thêm vào đó để nhận được các đánh giá bình phương tối thiểu yêu cầu các giá trị gần đúng của các tham số cần tìm được xác định theo các trị đo trong mạng lưới từ điểm khởi tính có các tham số cần tìm cho trước.

Lượng hụt  $d \neq 0$  tồn tại do trong mạng lưới trắc địa thiếu một số trong các số liệu gốc cần thiết: đối với mạng lưới GPS số lượng các số liệu gốc cần thiết là 3: các tọa độ không gian  $X, Y, Z$  của một điểm gốc; đối với mạng lưới trắc địa mặt bằng số lượng các số liệu gốc cần thiết là 4: các tọa độ phẳng  $x, y$  của điểm gốc, góc phương vị gốc và chiều dài cạnh gốc; đối với mạng lưới độ cao số lượng các số liệu gốc cần thiết là 1: độ cao của điểm gốc. Mạng lưới trắc địa tự do thường được ký hiệu dưới dạng (các số liệu gốc thiếu) - tự do. Ví dụ lưới mặt bằng  $(x, y, m)$  - tự do là mạng lưới không có điểm gốc và cạnh gốc, lưới mặt bằng  $(x, y, \alpha)$  - tự do là mạng lưới không có điểm gốc và phương vị gốc.

Việc sử dụng phương pháp bình sai lưới tự do để bình sai ghép nối các mạng lưới trắc

địa tự do vào hệ tọa độ quốc gia được thực hiện rất hiệu quả và đã được chứng minh trong nhiều tài liệu khoa học, ví dụ [6,7,9].

Việc ứng dụng phương pháp bình sai mạng lưới trắc địa địa động lực tự do để nghiên cứu chuyển dịch của vỏ Trái đất đã được thực hiện từ lâu, ví dụ xem các tài liệu [1, 5]. Tuy nhiên đến nay trong thực tế áp dụng phương pháp này vẫn còn tồn tại một số vấn đề cần giải đáp:

Vấn đề 1: Trong các chu kỳ đo lặp, việc xác định các vectơ chuyển dịch (không gian, mặt bằng, đứng) tương ứng với hệ tọa độ (hoặc độ cao) cố định nào?.

Vấn đề 2: Sau khi giải phương trình (1) dưới điều kiện (2) chúng ta xác định được các điểm ổn định (không xê dịch) và không ổn định (xê dịch) giữa hai chu kỳ đo lặp. Vậy có thể sử dụng các điểm ổn định làm các điểm cố định để xác định các vectơ chuyển dịch của các điểm không ổn định hay không?. Nếu không, việc xác định các điểm ổn định có ý nghĩa gì?.

Sở dĩ nảy sinh các vấn đề nêu trên là do lý thuyết bình sai mạng lưới trắc địa tự do đủ phức tạp và các tài liệu về lý thuyết này chủ yếu tập trung vào việc nghiên cứu các thuật toán để giải quyết bài toán bình sai mạng lưới trắc địa tự do, ví dụ các tài liệu [2, 4] mà ít tập trung vào việc luận chứng cho việc áp dụng lý thuyết này trong nghiên cứu chuyển dịch của vỏ Trái đất. Ngay cả các câu trả lời cho các câu hỏi: trong bài toán bình sai mạng lưới trắc địa tự do, vì sao tồn tại điều kiện (2)? và vì sao ma trận A suy biến? cũng ít tìm được trong các tài liệu về lý thuyết bình sai mạng lưới trắc địa tự do. Các câu trả lời cho các câu hỏi nêu trên có thể tham khảo trong tài liệu [8].

Trong thực tế sử dụng các mạng lưới trắc địa tự do để nghiên cứu chuyển dịch của vỏ Trái đất khi ứng dụng công nghệ GPS, người ta sử dụng rộng rãi mạng lưới mặt bằng (x,y) - tự do để nghiên cứu xác định chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất, mạng lưới thủy chuẩn tự do để nghiên cứu chuyển dịch đứng của vỏ Trái đất, ví dụ trong [10, 11] và mạng lưới trắc địa vệ tinh (X,Y,Z) - tự do để nghiên cứu chuyển dịch vị trí không gian của vỏ Trái đất, ví dụ [4, 10, 11], bởi vì trong các trường hợp này các thành phần của ma trận B (2) chỉ bao gồm các số 0, 1 và không phụ thuộc vào hệ tọa độ được chọn.

Trong bài báo khoa học này tác giả xem xét việc luận giải vấn đề 1 và trả lời cho câu hỏi thứ nhất trong vấn đề 2 nêu trên. Việc trả lời câu hỏi thứ hai trong vấn đề 2 sẽ được giải quyết trong bài báo khoa học tiếp theo.

## 2. Giải quyết vấn đề

### 2.1. Một số lý luận chung

Ma trận chuẩn  $R = A^T P A$  nhận được từ hệ phương trình (1) có bậc k, nhưng hạng của nó  $\text{Rang}(R) = r < k$ , tức ma trận R suy biến. Điều này có nghĩa là trong không gian  $O_{\text{colid}} k$  chiều  $E_K$  được tạo bởi k hàng của ma trận R tồn tại không gian hàng  $\varepsilon(R)$  có r vectơ cơ sở và phần phụ trực giao của nó  $\text{Ker } R$  có  $d = k - r$  vectơ cơ sở, tức  $E_K = \varepsilon(R) \oplus \text{Ker } R$ . Vectơ nghiệm  $dx \in E_K$ . Khi khai triển vectơ này theo hai không gian hàng  $\varepsilon(R)$  và  $\text{Ker } R$ , vectơ nghiệm  $dx \in E_K$  được chia thành 2 vectơ con:

$$dx = dx^* + dx_0 \quad (4)$$

ở đây  $dx^*$  là hình chiếu của vectơ  $dx$  lên không gian hàng  $\varepsilon(R)$  và nhận được từ việc giải hệ

(1) dưới điều kiện (2) theo phương pháp bình phương nhỏ nhất, còn  $dt_0$  là hình chiếu của véc tơ  $dx$  lên  $\text{Ker } A$ . Vectơ nghiệm  $dt^*$  còn được gọi là vectơ nghiệm cận chuẩn.

Đối với mạng lưới mặt bằng  $(x,y)$  - tự do, các thành phần nghiệm cận chuẩn  $\delta x_i^+, \delta y_i^+$  của điểm  $i$  trong mạng lưới, ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  - tổng số điểm trắc địa trong mạng lưới thoả mãn điều kiện

$$\sum_{i=1}^n \delta x_i^+ = \sum_{i=1}^n \delta y_i^+ = 0. \quad (5)$$

Đối với mạng lưới độ cao tự do, nghiệm cận chuẩn  $\delta H_i^+$  của mốc  $i$  trong mạng lưới, ở đây  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $m$  - tổng số mốc độ cao trong mạng lưới thoả mãn điều kiện

$$\sum_{i=1}^m \delta H_i^+ = 0. \quad (6)$$

Đối với mạng lưới GPS  $(X,Y,Z)$  - tự do, các thành phần nghiệm cận chuẩn  $\delta X_i^+, \delta Y_i^+, \delta Z_i^+$  của điểm  $i$  trong mạng lưới, ở đây  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  - tổng số điểm GPS thoả mãn điều kiện

$$\sum_{i=1}^N \delta X_i^+ = \sum_{i=1}^N \delta Y_i^+ = \sum_{i=1}^N \delta Z_i^+ = 0. \quad (7)$$

Chúng ta nghiên cứu tính chất của vectơ nghiệm  $dx_0$ . Để đơn giản tính toán người ta sử dụng phép biến đổi trực giao Grama - Smidt để biến đổi ma trận  $B$  trong (2). Đối với mạng lưới mặt bằng  $(x, y)$  - tự do, ma trận  $\bar{B}$  được trực giao hoá có dạng

$$\bar{B}_{2 \times K}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{n}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{n}} & 0 \dots & \frac{1}{\sqrt{n}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{n}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{n}} \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{n}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

đối với mạng lưới độ cao tự do

$$\bar{B}_{1 \times K}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{m}} & \frac{1}{\sqrt{m}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

còn đối với mạng lưới GPS  $(X,Y,Z)$  - tự do

$$\bar{B}_{3 \times K}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} & 0 & 0 & \frac{1}{N} & 0 & 0 \dots & \frac{1}{\sqrt{N}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{N}} & 0 & 0 & \frac{1}{N} & 0 \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{N}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{N} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{N}} \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{N}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

Từ lý thuyết bình sai mạng lưới trắc địa tự do chúng ta biết rằng ma trận  $\bar{B} \cdot \bar{B}^T$  là ma trận chiếu: nó thực hiện phép chiếu vectơ nghiệm  $dx$  từ  $E_K$  lên không gian hàng  $\text{Ker } R$ , tức

$$dt_0 = \bar{B} \cdot \bar{B}^T \cdot dt \quad (11)$$

Từ công thức (4) có thể nhận thấy rằng nếu xác định được một cách đơn trị hai véc tơ nghiệm  $dt^*$  và  $dt_0$ , thì hoàn toàn có thể xác định được một cách đơn trị vectơ  $dt$ . Bởi vì không

gian con  $\text{Ker } A$  có kích thước  $d$  và không phải không gian rỗng, nên vectơ con  $dt_0$  tồn tại. Tuy nhiên, đối với các mạng lưới trắc địa tự do không thể xác định được vectơ nghiệm  $dt_0$  do nó đặc trưng cho các tham số gốc được sử dụng để xác định một hệ tọa độ (hoặc hệ độ cao). Do đó chúng ta không thể xác định được vectơ nghiệm  $dt$ . Điều này hoàn toàn là hợp lý, bởi vì chúng ta không biết được hệ tọa độ (hoặc hệ độ cao) được xác định trong  $E_K$ . Thực chất chúng ta giải quyết bài toán bình sai mạng lưới trắc địa tự do trong hệ tọa độ con (hoặc hệ độ cao con) trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  và xác định được vectơ nghiệm cận chuẩn thêm vào đó các trục của hệ tọa độ con (hoặc hệ độ cao con) song song với các trục tọa độ tương ứng của hệ tọa độ (hoặc hệ độ cao) được xác định trong  $E_K$ , nhưng gốc của hệ tọa độ con (hoặc hệ độ cao con) chưa xác định.

### 2.2. Mạng lưới mặt bằng (x,y) - tự do

Chúng ta sẽ nghiên cứu tính chất của vectơ nghiệm  $dt_0$  (11) đối với các mạng lưới thủy chuẩn tự do, (x, y) - tự do và (X,Y,Z) - tự do. Trước tiên chúng ta xem xét mạng lưới mặt bằng (x,y) - tự do. Chúng ta gọi vectơ ẩn số cần tìm  $T$  là vectơ tọa độ x, y của các điểm thuộc mạng lưới này. Khi đó các vectơ nghiệm  $dx$ ,  $dx^*$  và  $dx_0$  có dạng

$$\begin{aligned} dx &= [\delta x_1 \ \delta y_1 \ \delta x_2 \ \delta y_2 \dots \delta x_n \ \delta y_n]^T, \\ dx^+ &= [\delta x_1^+ \ \delta y_1^+ \ \delta x_2^+ \ \delta y_2^+ \dots \delta x_n^+ \ \delta y_n^+]^T, \\ dx_0 &= [(\delta x_0)_1 \ (\delta y_0)_1 \ (\delta x_0)_2 \ (\delta y_0)_2 \dots (\delta x_0)_n \ (\delta y_0)_n]^T. \end{aligned} \tag{12}$$

thêm vào đó các thành phần của vectơ nghiệm cận chuẩn  $dx^*$  thỏa mãn điều kiện (5).

Từ công thức (11) lưu ý dạng ma trận  $\bar{B}$  (8) và ký hiệu (12) chúng ta có:

$$\begin{aligned} (\delta x_0)_1 = (\delta x_0)_2 = \dots = (\delta x_0)_n &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta x_i = dx_0 = Const, \\ (\delta y_0)_1 = (\delta y_0)_2 = \dots = (\delta y_0)_n &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta y_i = dy_0 = Const. \end{aligned} \tag{13}$$

Để đảm bảo sự định hướng và tỷ lệ xích của mạng lưới là không đổi và phù hợp với hệ tọa độ quốc gia, khi xây dựng mạng lưới mặt bằng (x,y) - tự do trong nghiên cứu chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất người ta thường đo nối tọa độ từ một hệ tọa độ phẳng quốc gia vào mạng lưới. Tuy nhiên bài toán nghiên cứu chuyển dịch của vỏ Trái đất luôn được đặt trên giả định: Dưới sự tác động của các yếu tố nội sinh (sự chuyển dịch của các mảng kiến tạo hoặc các vi mảng kiến tạo bên trong lòng Quả đất v...v) và ngoại sinh (hiện tượng địa triều dưới sức hút của Mặt trăng, Mặt trời v...v), mọi điểm trên bề mặt Quả đất giữa hai chu kỳ đo lặp luôn bị dịch chuyển (xê dịch vị trí). Do đó trong mạng lưới trắc địa (x,y) - tự do không có điểm nào được coi là "điểm cứng", tức là điểm có tọa độ không có sai số. Với giả định này mạng lưới mặt bằng (x,y) - tự do còn thiếu hai số liệu gốc xác định gốc của hệ tọa độ được sử dụng để bình sai mạng lưới so với gốc của hệ tọa độ được xác định. Như vậy giả định trên là tiền đề của việc nghiên cứu sử dụng phương pháp bình sai lưới tự do trong nghiên cứu chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất.

Từ công thức (13) chúng ta thấy rằng các thành phần nghiệm  $(\delta x_0)_i, (\delta y_0)_i$  là các độ lệch của hệ tọa độ được sử dụng để bình sai mạng lưới (x,y) - tự do trong không gian hàng

so với hệ tọa độ xác định trong không gian Ocolid  $E_K$ . Như trên đã trình bày hai trục của hệ tọa độ được sử dụng để bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do là hai vectơ chuẩn trực giao thuộc không gian hàng  $\varepsilon(R)$  trong khi đó hai trục tọa độ của hệ tọa độ xác định là hai vectơ chuẩn trực giao thuộc không gian Ocolid  $E_K$ . Ngoài ra từ công thức (13) chúng ta thấy rằng các thành phần nghiệm  $(\delta x_0)_i$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$  (cũng như các thành phần nghiệm  $(\delta y_0)_i$ ) là như nhau đối với mọi điểm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do, thêm vào đó các thành phần nghiệm này không xác định được. Sự không đổi của các thành phần nghiệm nêu trên chỉ ra một điều là: các thành phần nghiệm này không phản ánh sự dịch chuyển của vỏ Trái đất. Với tính chất này cùng với việc không thể xác định được các thành phần nghiệm này đã xác định cơ sở của việc sử dụng các thành phần nghiệm  $\delta x_i^+$ ,  $\delta y_i^+$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) để xác định các vectơ chuyển dịch từ kết quả bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do. Các thành phần nghiệm  $\delta x_i^+$ ,  $\delta y_i^+$  phản ánh thông tin về sự chuyển dịch của vỏ Trái đất và hoàn toàn xác định được từ kết quả bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do. Đây là cơ sở thứ nhất của việc áp dụng phương pháp bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do trong nghiên cứu xác định chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất. Với kết quả phân tích ở trên chúng ta có kết luận:

*Kết luận 1: Các thành phần nghiệm  $\delta x_0, \delta y_0$  không chứa các thông tin về sự chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất. Chúng chỉ đặc trưng cho sự khác nhau giữa các tọa độ trọng tâm của mạng lưới so với hệ tọa độ phẳng xác định nào đó.*

Gọi  $x_i^{(0)}, y_i^{(0)}$  là các tọa độ gần đúng của điểm  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do. Lưu ý công thức (4) và ký hiệu (12) chúng ta có:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= x_i^{(0)} + \delta x_i = x_i^{(0)} + \delta x_i^+ + (\delta x_0)_i, \\ \tilde{y}_i &= y_i^{(0)} + \delta y_i = y_i^{(0)} + \delta y_i^+ + (\delta y_0)_i, \end{aligned} \quad (14)$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Do các thành phần nghiệm  $\delta x_i, \delta y_i$  không thể xác định từ kết quả bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do, nên từ công thức (14) chúng ta thấy rằng không thể xác định được các tọa độ bình sai  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$  trong hệ tọa độ chưa xác định. Các đại lượng  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$  là các tọa độ của điểm  $i$  trong không gian Ocolid  $E_K$ .

Bây giờ lấy trung bình của các các thành phần tọa độ trong công thức (14) khi lưu ý các tính chất (5), (13) chúng ta có:

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i}{n} = \xi_0 + dx_0, \quad \eta = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{y}_i}{n} = \eta_0 + dy_0, \quad (15)$$

ở đây

$$\xi_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{(0)}}{n}, \quad \eta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{(0)}}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Các đại lượng  $\xi, \eta$  là các tọa độ của trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do trong hệ tọa độ phẳng chưa xác định. Do các đại lượng hằng số  $dx_0, dy_0$  không xác định, nên các đại lượng  $\xi, \eta$  không xác định. Công thức (15) cho thấy rằng các đại lượng hằng số  $dx_0, dy_0$  thực hiện việc chuyển các thành phần tọa độ  $\xi_0, \eta_0$  điểm trọng tâm của mạng lưới này về

trọng tâm của mạng lưới trong hệ tọa độ phẳng chưa xác định.

Do không gian Euclid  $E_k$  chưa xác định và chúng ta chỉ biết không gian con của nó là không gian hàng  $\varepsilon(R)$ , nên chúng ta chỉ có thể xác định được tọa độ bình sai của điểm  $i$  trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  theo công thức

$$\begin{aligned}\tilde{x}_i &= x_i^{(0)} + \delta x_i^+, \\ \tilde{y}_i &= y_i^{(0)} + \delta y_i^+, \end{aligned} \tag{15a}$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Từ công thức (15a) lưu ý tính chất (5) suy ra các thành phần tọa độ điểm trọng tâm của mạng lưới sau bình sai

$$\hat{\xi} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i}{n} = \xi_0, \quad \hat{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{y}_i}{n} = \eta_0.$$

Từ biểu thức trên chúng ta suy ra tính chất bất biến: Kết quả bình sai mạng lưới mặt bằng  $(x,y)$  - tự do không làm thay đổi các thành phần tọa độ  $\xi_0, \eta_0$  của trọng tâm của mạng lưới này. Đây là cơ sở thứ hai của việc áp dụng phương pháp bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do trong nghiên cứu xác định chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất.

Từ các kết quả phân tích ở trên, chúng ta có thể rút ra kết luận:

*Kết luận 2: Do trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do luôn cố định trong quá trình bình sai mạng lưới này, nên chúng ta hoàn toàn có cơ sở để sử dụng điểm trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do với các thành phần tọa độ không đổi  $\xi_0, \eta_0$  làm điểm gốc của hệ tọa độ phẳng để xác định các vectơ chuyển dịch ngang của các điểm thuộc mạng lưới này.*

Để thực hiện kết luận này trong thực tế chúng ta cần điều kiện tiên quyết sau: **Điều kiện tiên quyết nhằm đảm bảo sự cố định của trọng tâm  $\xi_0, \eta_0$  của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do là không thay đổi (không thêm điểm, không bỏ bớt điểm, không thay đổi vị trí của điểm) các điểm trắc địa và không thay đổi các tọa độ gần đúng  $x^{(0)}, y^{(0)}$  của các điểm đó giữa các chu kỳ đo lặp.**

Về nguyên tắc, việc xác định các vectơ chuyển dịch được xem xét giữa hai chu kỳ đo lặp bất kỳ. Không mất tính chất chung, chúng ta sẽ xem xét giải quyết bài toán được đặt ra trong bài báo này giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$  ( $j = 1, 2, \dots$ ). Khi thỏa mãn điều kiện nêu trên trong hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ , trên cơ sở bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do trong hai chu kỳ đo lặp này, từ cả phương trình (14) lẫn phương trình (15a) chúng ta suy ra công thức tính các thành phần chuyển dịch ngang của điểm  $i$

$$\begin{aligned}(\delta x_i)_{j,j+1} &= (\tilde{x}_i)_{j+1} - (\tilde{x}_i)_j = (\tilde{x}_i)_{j+1} - (\tilde{x}_i)_j = (\delta x_i^+)_{j+1} - (\delta x_i^+)_j, \\ (\delta y_i)_{j,j+1} &= (\tilde{y}_i)_{j+1} - (\tilde{y}_i)_j = (\tilde{y}_i)_{j+1} - (\tilde{y}_i)_j = (\delta y_i^+)_{j+1} - (\delta y_i^+)_j, \end{aligned} \tag{16}$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Từ công thức (16) chúng ta thấy rằng các thành phần chuyển dịch ngang không thay đổi

khi chúng ta tính chúng cả trong không gian  $E_k$  lẫn trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$

Khi sử dụng điểm trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do làm điểm gốc của hệ tọa độ phẳng để xác định các vectơ chuyển dịch ngang của vỏ Trái đất, chúng ta phải sử dụng tọa độ trung tâm của các điểm trắc địa được xác định tương ứng với trọng tâm của mạng lưới. Lúc này hệ tọa độ phẳng với gốc ở điểm trọng tâm được gọi là hệ tọa độ phẳng trung tâm. Trong tài liệu [2, trg. 181] đã chỉ ra rằng khi sử dụng ma trận B (8), gốc của hệ tọa độ phẳng sẽ chuyển về điểm trọng tâm của mạng lưới. Như vậy việc sử dụng hệ tọa độ phẳng trung tâm trong bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do là hoàn toàn có cơ sở khoa học vững chắc. Tọa độ trung tâm gần đúng của các điểm trắc địa thuộc mạng lưới  $(x,y)$  - tự do được xác định theo công thức:

$$\begin{aligned}\bar{x}_i^{(0)} &= x_i^{(0)} - \xi_0, \\ \bar{y}_i^{(0)} &= y_i^{(0)} - \eta_0,\end{aligned}\tag{17}$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Từ công thức (17) chúng ta thấy rằng khi các tọa độ gần đúng  $x_1^{(0)}, y_1^{(0)}$  của điểm khởi tính 1 có thể nhận các giá trị khác nhau, thêm vào đó các tọa độ gần đúng của các điểm còn lại được tính theo các trị đo từ điểm khởi tính. Khi đó các thành phần tọa độ  $\xi_0, \eta_0$  của điểm trọng tâm có giá trị khác nhau, tức điểm gốc của hệ tọa độ phẳng trung tâm sẽ có vị trí khác nhau trong mặt phẳng, nhưng các tọa độ trung tâm của các điểm đều có giá trị xác định trong hệ tọa độ phẳng trung tâm. Với các giá trị xác định của các tọa độ gần đúng  $x_1^{(0)}, y_1^{(0)}$  của điểm khởi tính 1 chúng ta sẽ nhận được một hệ tọa độ phẳng trung tâm xác định. Đây cũng là cơ sở quan trọng để sử dụng hệ tọa độ phẳng trung tâm trong nghiên cứu xác định các thành phần chuyển dịch ngang của các điểm trắc địa, thêm vào đó các thành phần này là sự thay đổi tọa độ trung tâm của một điểm theo hai trục của hệ tọa độ phẳng trung tâm giữa hai chu kỳ đo lặp.

Tọa độ trung tâm sau bình sai mạng lưới  $(x,y)$  - tự do có dạng:

$$\begin{aligned}\tilde{\bar{x}}_i &= \bar{x}_i^{(0)} + \delta x_i^+ = x_i^{(0)} - \xi_0 + \delta x_i^+, \\ \tilde{\bar{y}}_i &= \bar{y}_i^{(0)} + \delta y_i^+ = y_i^{(0)} - \eta_0 + \delta y_i^+,\end{aligned}\tag{18}$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Do các thành phần tọa độ  $\xi_0, \eta_0$  của điểm trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do là đại lượng không đổi (các hằng số) giữa các chu kỳ đo lặp, nên việc sử dụng tọa độ trung tâm (17) của các điểm thuộc mạng lưới này không làm thay đổi dạng của phương trình số cải chính (1) với vectơ số hạng tự do (3). Ngoài ra khi sử dụng các tọa độ trung tâm (17) để tính các thành phần chuyển dịch ngang của điểm  $i$  giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ , từ công thức (18) chúng ta lại nhận được công thức (16), tức

$$\begin{aligned}(\delta x_i)_{j,j+1} &= (\tilde{\bar{x}}_i)_{j+1} - (\tilde{\bar{x}}_i)_j = (\delta x_i^+)_{j+1} - (\delta x_i^+)_j, \\ (\delta y_i)_{j,j+1} &= (\tilde{\bar{y}}_i)_{j+1} - (\tilde{\bar{y}}_i)_j = (\delta y_i^+)_{j+1} - (\delta y_i^+)_j,\end{aligned}$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Do sự không khác nhau khi sử dụng tọa độ  $x_1^{(0)}, y_1^{(0)}$  và tọa độ trung tâm  $\bar{x}_1^{(0)}, \bar{y}_1^{(0)}$  của điểm trắc địa  $i$  thuộc mạng lưới  $(x,y)$  - tự do trong việc lập phương trình số cải chính (1) cũng như xác định các thành phần chuyển dịch ngang của điểm thuộc mạng lưới trên giữa hai

chu kỳ đo lặp, nên trong các tài liệu về trắc địa hầu như không đề cập đến khái niệm về tọa độ trung tâm. Điều này gây ra sự nhầm lẫn và tranh cãi về việc chọn điểm cố định để xác định các thành phần dịch chuyển ngang của các điểm thuộc mạng lưới (x,y) - tự do giữa các chu kỳ đo lặp.

Điều kiện tiên quyết nêu ở trên nhằm đảm bảo các thành phần tọa độ  $\xi_0, \eta_0$  của điểm trọng tâm của mạng lưới (x,y) - tự do là đại lượng không đổi (các hằng số) giữa các chu kỳ đo lặp và chính vì lý do này điểm trọng tâm được chọn làm điểm cố định để tính các thành phần dịch chuyển ngang. Điều này có nghĩa rằng: các thành phần dịch chuyển ngang giữa hai chu kỳ đo lặp là sự thay đổi vị trí mặt bằng của điểm được xác định bởi các tọa độ trung tâm sau bình sai giữa hai chu kỳ đo lặp so với gốc của hệ tọa độ mặt bằng trung tâm (là trọng tâm của mạng lưới (x,y) - tự do). Trong trường hợp không sử dụng khái niệm về tọa độ trung tâm của các điểm thuộc mạng lưới (x,y) - tự do và không chọn trọng tâm của mạng lưới này làm điểm cố định để tính các thành phần dịch chuyển ngang của các điểm thuộc mạng lưới đó giữa các chu kỳ đo lặp, khi điều kiện tiên quyết nêu trên không thỏa mãn chúng ta sẽ không thể giải thích được sự không đồng nhất của các vectơ dịch chuyển ngang được xác định.

### 2.3. Mạng lưới thủy chuẩn tự do

Tương tự như trường hợp mạng lưới (x,y) - tự do, đối với mạng lưới thủy chuẩn tự do khi coi vectơ ẩn số T là độ cao H của các điểm thủy chuẩn thuộc mạng lưới, lưu ý công thức (4) vectơ nghiệm  $\delta H_i$  của mốc i trong mạng lưới thủy chuẩn tự do được biểu diễn dưới dạng

$$\delta H_i = \delta H_i^+ + (\delta H_0)_i, \quad (19)$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Khi đặt vectơ nghiệm  $\delta H_0 = [(\delta H_0)_1 \ (\delta H_0)_2 \ \dots \ (\delta H_0)_m]^T$  từ công thức (11) lưu ý dạng ma trận B (9) suy ra

$$(\delta H_0)_1 = (\delta H_0)_2 = \dots = (\delta H_0)_m = \frac{[\delta H]}{m} = \delta H_0 = const. \quad (20)$$

Công thức trên cho thấy rằng các thành phần nghiệm  $(\delta H_0)_1, (\delta H_0)_2, \dots, (\delta H_0)_m$  luôn bằng nhau và bằng một đại lượng hằng số  $\delta H_0$ . Do đó các thành phần nghiệm này không chứa các thông tin về chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn. Các thông tin về chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn được chứa trong các nghiệm cận chuẩn  $\delta H^+$  của các mốc thủy chuẩn được xác định trong hai chu kỳ đo lặp j và j+1. Do hệ độ cao mà nhờ đó chúng ta xác định các độ cao gần đúng  $H_i^{(0)}$  của các mốc của mạng lưới thủy chuẩn tự do là không xác định do mạng lưới này không có điểm gốc độ cao, nên chúng ta không thể xác định được đại lượng hằng số  $\delta H_0$ .

Lưu ý công thức (19) chúng ta đặt độ cao bình sai của mốc thủy chuẩn i dưới dạng  $\tilde{H}_i = H_i^{(0)} + \delta H_i = H_i^{(0)} + \delta H_i^+ + (\delta H_0)_i$ . Độ cao bình sai này được xác định trong không gian Oclid  $E_k$ . Khi đó lưu ý các công thức (6), (20) chúng ta thấy rằng giá trị trung bình của các độ cao bình sai của m mốc thủy chuẩn trong hệ độ cao xác định có dạng:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \tilde{H}_i}{m} = \theta + \frac{\sum_{i=1}^m \delta H_i}{m} = \theta + \frac{\sum_{i=1}^m \delta H_i^+}{m} + \frac{\sum_{i=1}^m (\delta H_0)_i}{m} = \theta + \delta H_0,$$



ở đây  $\theta = \frac{\sum_{i=1}^m H_i^{(0)}}{m}$  - độ cao của mặt trung bình của mạng lưới thủy chuẩn tự do với m mốc thủy chuẩn.

Công thức trên cho thấy rằng đại lượng hằng số  $\delta H_0$  là tham số chuyển độ cao trung bình  $\Theta$  của mạng lưới thủy chuẩn tự do được xác định bởi các độ cao gần đúng  $H^0$  của các mốc thủy chuẩn về độ cao trung bình của mạng lưới đó trong hệ độ cao xác định nào đó, thêm vào đó đại lượng hằng số  $\delta H_0$  không xác định được.

Nếu đặt 
$$\tilde{H}_i = H_i^{(0)} + \delta H_i^+ \quad (21)$$

là độ cao bình sai của mốc  $i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  là không gian con của không gian  $\mathcal{O}$ colid  $E_k$ , thì khi lấy giá trị trung bình của độ cao bình sai theo  $m$  mốc thủy chuẩn chúng ta có  $\frac{\sum_{i=1}^m \tilde{H}_i}{m} = \theta$ .

Điều này có nghĩa là kết quả bình sai mạng lưới thủy chuẩn tự do không làm thay đổi mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  của mạng lưới thủy chuẩn tự do. Đây chính là cơ sở để chọn mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  làm mặt khởi tính để tính toán các chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn giữa hai chu kỳ đo lặp.

Độ cao gần đúng của mốc thủy chuẩn  $i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) tương ứng với mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  được gọi là **độ cao trung tâm** và được xác định theo công thức:

$$\bar{H}_i^{(0)} = H_i^{(0)} - \theta. \quad (21a)$$

Hệ độ cao với mặt khởi tính là mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  được gọi là hệ độ cao trung tâm. Từ công thức (21a) chúng ta thấy rằng khi độ cao gần đúng  $H_i^{(0)}$  của mốc khởi tính 1 có thể nhận các giá trị khác nhau, thêm vào đó các độ cao gần đúng của các mốc còn lại được tính theo các trị đo từ mốc khởi tính. Khi đó hệ độ cao trung tâm sẽ nằm ở các vị trí khác nhau trong không gian, nhưng các độ cao trung tâm của các mốc đều có giá trị xác định so với mặt trung bình với độ cao  $\Theta$ . Với giá trị xác định của độ cao gần đúng  $H_i^{(0)}$  của mốc khởi tính 1 chúng ta sẽ có một hệ độ cao trung tâm xác định. Đây cũng là cơ sở quan trọng để sử dụng hệ độ cao trung tâm trong nghiên cứu xác định các thành phần chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn, thêm vào đó các thành phần này là sự thay đổi độ cao trung tâm của một mốc so với mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  theo phương thẳng đứng giữa hai chu kỳ đo lặp.

Độ cao trung tâm của mốc  $i$  sau bình sai trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  được xác định theo công thức

$$\tilde{\bar{H}}_i = \bar{H}_i^{(0)} + \delta H_i^+ = H_i^{(0)} + \delta H_i^+ - \theta. \quad (22)$$

Cũng tương tự như mạng lưới  $(x,y)$  - tự do, để đảm bảo mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  không thay đổi giữa các chu kỳ đo lặp và mặt này được chọn để tính thành phần chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn giữa các chu kỳ đo lặp cần thỏa mãn điều kiện tiên quyết: **Không thay đổi (thêm mốc, bớt mốc, thay đổi vị trí các mốc) các mốc trong mạng lưới thủy chuẩn tự do và các độ cao gần đúng  $H^0$  của các mốc không được thay đổi giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ .** Khi đó các đại lượng  $\delta H_0$  và  $\Theta$  sẽ không thay đổi.

Khi thỏa mãn điều kiện tiên quyết nêu trên, sau khi bình sai mạng lưới thủy chuẩn tự do trong hai chu kỳ đo lặp trên, lưu ý công thức (22) chúng ta xác định các thành phần của

chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$  tương ứng với mặt trung bình  $\Theta$  theo công thức:

$$(\delta H_i)_{j,j+1} = (\tilde{H}_i)_{j+1} - (\tilde{H}_i)_j = (\delta H_i^+)_{j+1} - (\delta H_i^+)_j, \quad (23)$$

ở đây  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Cũng tương tự như đối với mạng lưới  $(x, y)$  - tự do, do sự không khác nhau khi sử dụng độ cao  $H_i^{(0)}$  và độ cao trung tâm  $\bar{H}_i^{(0)}$  của điểm mốc thủy chuẩn  $i$  thuộc mạng lưới thủy chuẩn tự do trong việc lập phương trình số cải chính (1) và xác định các thành phần chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn thuộc mạng lưới trên giữa hai chu kỳ đo lặp theo công thức (23) suy ra từ các công thức (21) và (22), nên trong các tài liệu về trắc địa hầu như không đề cập đến khái niệm về độ cao trung tâm. Điều này gây ra sự nhầm lẫn và tranh cãi về việc chọn mặt cố định để xác định các thành phần dịch chuyển đứng của các mốc thuộc mạng lưới thủy chuẩn tự do giữa các chu kỳ đo lặp. Việc sử dụng khái niệm về độ cao trung tâm cho phép chúng ta xác định rõ ràng mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  là mặt được chọn để xác định các thành phần chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn. Khi thỏa mãn điều kiện tiên quyết nêu trên, mặt trung bình với độ cao  $\Theta$  sẽ là mặt cố định trong tất cả các chu kỳ đo lặp. Điều này đảm bảo sự đồng nhất trong việc xác định các vectơ chuyển dịch đứng của các mốc trong tất cả các chu kỳ đo lặp.

Cũng cần chỉ rõ rằng trong trường hợp khu vực nghiên cứu nhỏ, các mốc thủy chuẩn không nằm trên các vi mảng kiến tạo khác nhau chuyển dịch tương hỗ với nhau, người ta có thể chôn một mốc thủy chuẩn cơ bản đến nền đá gốc làm mốc cố định để nghiên cứu chuyển dịch đứng của các mốc thủy chuẩn khác. Ví dụ ở pônigôn địa động lực Apseronxkii (thuộc bán đảo Apseronxkii ở vùng Kavkaz (Liên bang Nga) người ta chôn mốc cơ bản đến độ sâu 14,3m là cơ sở để nghiên cứu chuyển dịch đứng [12]. Trong trường hợp này không sử dụng phương pháp bình sai lưới tự do để nghiên cứu chuyển dịch đứng của vỏ Trái đất.

#### **2.4. Mạng lưới GPS $(X, Y, Z)$ - tự do**

Tương tự như trường hợp mạng lưới  $(x, y)$  - tự do, mạng lưới thủy chuẩn tự do, khi coi vectơ ẩn số  $T$  là vectơ các tọa độ không gian  $X, Y, Z$  của các điểm thuộc mạng lưới GPS  $(X, Y, Z)$  - tự do. Lưu ý công thức (4) chúng ta biểu diễn các vectơ nghiệm không gian  $\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$  của điểm  $i$  được biểu diễn dưới dạng:

$$\begin{aligned} \delta X_i &= \delta X_i^+ + (\delta X_0)_i, \\ \delta Y_i &= \delta Y_i^+ + (\delta Y_0)_i, \\ \delta Z_i &= \delta Z_i^+ + (\delta Z_0)_i. \end{aligned} \quad (24)$$

Khi ký hiệu vectơ nghiệm  $dx_0$  trong công thức (11) dưới dạng

$$dx_0 = [(\delta X_0)_1 \ (\delta Y_0)_1 \ (\delta Z_0)_1 \ \dots \ (\delta X_0)_N \ (\delta Y_0)_N \ (\delta Z_0)_N]^T,$$

và lưu ý dạng ma trận  $\bar{B}$  (10) suy ra

$$\begin{aligned} (\delta X_0)_1 &= (\delta X_0)_2 = \dots = (\delta X_0)_N = \frac{[\delta X]}{N} = \delta X_0 = const, \\ (\delta Y_0)_1 &= (\delta Y_0)_2 = \dots = (\delta Y_0)_N = \frac{[\delta Y]}{N} = \delta Y_0 = const, \\ (\delta Z_0)_1 &= (\delta Z_0)_2 = \dots = (\delta Z_0)_N = \frac{[\delta Z]}{N} = \delta Z_0 = const. \end{aligned} \quad (25)$$

Công thức trên cho thấy rằng các thành phần nghiệm của vectơ nghiệm  $dx_0$  tương ứng với từng trục tọa độ OX, OY, OZ luôn bằng nhau và bằng một đại lượng hằng số. Do đó các thành phần nghiệm này không chứa các thông tin về chuyển dịch không gian của các điểm thuộc mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do. Các thông tin về chuyển dịch không gian của các điểm được chứa trong các nghiệm cận chuẩn  $\delta X^+, \delta Y^+, \delta Z^+$  của các điểm được xác định trong hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ . Do mạng lưới này không có điểm gốc tọa độ không gian, nên chúng ta không thể biết được hệ tọa độ không gian xác định, tức các đại lượng hằng số  $\delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0$  trong công thức (25) không thể xác định được. Điều này đồng nghĩa với việc các thành phần nghiệm  $\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$  trong công thức (24) không thể xác định được.

Ký hiệu các tọa độ không gian gần đúng  $X_i^{(0)}, Y_i^{(0)}, Z_i^{(0)}$  của điểm  $i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do. Các tọa độ không gian bình sai của điểm  $i$  trong hệ tọa độ không gian xác định nào đó lưu ý công thức (24) được xác định theo công thức:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= X_i^{(0)} + \delta X_i = X_i^{(0)} + \delta X_i^+ + (\delta X_0)_i, \\ \tilde{Y}_i &= Y_i^{(0)} + \delta Y_i = Y_i^{(0)} + \delta Y_i^+ + (\delta Y_0)_i, \\ \tilde{Z}_i &= Z_i^{(0)} + \delta Z_i = Z_i^{(0)} + \delta Z_i^+ + (\delta Z_0)_i. \end{aligned} \quad (26)$$

Lấy trung bình các thành phần tọa độ trong (26) theo N điểm của mạng lưới và lưu ý các công thức (7), (25) chúng ta có

$$\tilde{\gamma}_x = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{X}_i}{N} = \gamma_x + \delta X_0, \quad \tilde{\gamma}_y = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{Y}_i}{N} = \gamma_y + \delta Y_0, \quad \tilde{\gamma}_z = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{Z}_i}{N} = \gamma_z + \delta Z_0, \quad (27)$$

ở đây

$$\gamma_x = \frac{\sum_{i=1}^N X_i^{(0)}}{N}, \quad \gamma_y = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i^{(0)}}{N}, \quad \gamma_z = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i^{(0)}}{N} \quad \text{- là các thành phần tọa độ không gian của điểm trọng tâm của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do.}$$

Từ công thức (27) chúng ta thấy rằng các đại lượng hằng số  $\delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0$  là các tham số chuyển trọng tâm của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do được xác định bởi các tọa độ không gian gần đúng  $X^0, Y^0, Z^0$  của các điểm về trọng tâm của mạng lưới đó trong hệ tọa độ không gian chưa xác định. Các đại lượng  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i$  là các tọa độ không gian sau bình sai của điểm  $i$  trong không gian  $E_k$ .

Do không gian  $E_k$  chưa xác định và chúng ta chỉ biết không gian con của nó là không gian hàng  $\varepsilon(R)$ , nên chúng ta chỉ có thể xác định được tọa độ bình sai của điểm  $i$  trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  theo công thức

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= X_i^{(0)} + \delta X_i^+, \\ \tilde{Y}_i &= Y_i^{(0)} + \delta Y_i^+, \\ \tilde{Z}_i &= Z_i^{(0)} + \delta Z_i^+. \end{aligned} \quad (27a)$$

Từ công thức (27a) lưu ý tính chất (7) suy ra các thành phần tọa độ điểm trọng tâm của

mạng lưới sau bình sai

$$\hat{\gamma}_X = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{X}_i}{N} = \gamma_X, \quad \hat{\gamma}_Y = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{Y}_i}{N} = \gamma_Y, \quad \hat{\gamma}_Z = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{Z}_i}{N} = \gamma_Z.$$

Từ biểu thức trên chúng ta suy ra tính chất bất biến: Kết quả bình sai mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do không làm thay đổi các thành phần tọa độ  $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z$  của điểm trọng tâm của mạng lưới này.

Các tọa độ không gian gần đúng của điểm trắc địa  $i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) của mạng lưới trắc địa vệ tinh tự do tương ứng với điểm trọng tâm của mạng lưới được gọi là **các tọa độ không gian trung tâm** và được xác định theo công thức:

$$\begin{aligned} \bar{X}_i^{(0)} &= X_i^{(0)} - \gamma_X, \\ \bar{Y}_i^{(0)} &= Y_i^{(0)} - \gamma_Y, \\ \bar{Z}_i^{(0)} &= Z_i^{(0)} - \gamma_Z. \end{aligned} \tag{28}$$

Lúc này hệ tọa độ không gian với điểm gốc là điểm trọng tâm của mạng lưới và các trục tọa độ X, Y, Z song song với hệ tọa độ không gian quốc tế được gọi là hệ tọa độ không gian trung tâm.

Từ công thức (28) chúng ta thấy rằng khi các tọa độ không gian gần đúng  $X_1^{(0)}, Y_1^{(0)}, Z_1^{(0)}$  của điểm khởi tính 1 có thể nhận các giá trị khác nhau, thêm vào đó các tọa độ gần đúng của các điểm còn lại được tính theo các trị đo từ điểm khởi tính. Khi đó các thành phần tọa độ  $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z$  của điểm trọng tâm sẽ nhận các giá trị khác nhau, tức điểm gốc của hệ tọa độ không gian trung tâm sẽ nằm ở các vị trí khác nhau trong không gian, nhưng các tọa độ không gian trung tâm của các điểm đều có giá trị xác định trong hệ tọa độ không gian trung tâm này. Với các giá trị xác định của các tọa độ gần đúng  $X_1^{(0)}, Y_1^{(0)}, Z_1^{(0)}$  của điểm khởi tính 1, chúng ta sẽ nhận được vị trí xác định của điểm gốc hệ tọa độ không gian trung tâm. Đây cũng là cơ sở quan trọng để sử dụng hệ tọa độ không gian trung tâm trong nghiên cứu xác định các thành phần chuyển dịch không gian của các điểm trắc địa, thêm vào đó các thành phần này là sự thay đổi tọa độ không gian trung tâm của một điểm theo ba trục của hệ tọa độ không gian trung tâm giữa hai chu kỳ đo lặp. Trong thực tế nghiên cứu chuyển dịch không gian của vỏ Trái đất bằng mạng lưới GPS người ta sử dụng hệ quy chiếu quốc tế ITRF với lịch vệ tinh chính xác được cho trong hệ quy chiếu này. Do đó các tọa độ không gian gần đúng  $X_1^{(0)}, Y_1^{(0)}, Z_1^{(0)}$  của điểm khởi tính 1 cũng phải được xác định trong ITRF, chứ không phải chọn tùy tiện. Ngoài ra điều này còn đảm bảo tỷ lệ xích của hệ tọa độ không gian trung tâm tương tự như tỷ lệ xích của ITRF và các góc xoay Ole bằng 0.

Lưu ý công thức (28) các tọa độ không gian trung tâm sau bình sai của điểm  $i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) trong không gian hàng  $\varepsilon(R)$  được xác định theo công thức

$$\begin{aligned} \tilde{\bar{X}}_i &= \bar{X}_i^{(0)} + \delta X_i^+ - \gamma_X, \\ \tilde{\bar{Y}}_i &= \bar{Y}_i^{(0)} + \delta Y_i^+ - \gamma_Y, \\ \tilde{\bar{Z}}_i &= \bar{Z}_i^{(0)} + \delta Z_i^+ - \gamma_Z. \end{aligned} \tag{29}$$

Nếu giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$  các điểm trong mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do không thay đổi (thêm, bớt, thay đổi vị trí các điểm) và các tọa độ không gian gần đúng  $X^0, Y^0, Z^0$  của chúng không thay đổi, tức các thành phần tọa độ không gian  $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$  của điểm trọng tâm của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do không thay đổi, thì từ công thức (29) chúng ta có công thức tính các thành phần chuyển dịch vị trí không gian tương ứng với điểm trọng tâm của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do:

$$\begin{aligned} (\delta X_i)_{j,j+1} &= \tilde{X}_i^{(j+1)} - \tilde{X}_i^{(j)} = (\delta X_i^+)_{j+1} - (\delta X_i^+)_j, \\ (\delta Y_i)_{j,j+1} &= \tilde{Y}_i^{(j+1)} - \tilde{Y}_i^{(j)} = (\delta Y_i^+)_{j+1} - (\delta Y_i^+)_j, \\ (\delta Z_i)_{j,j+1} &= \tilde{Z}_i^{(j+1)} - \tilde{Z}_i^{(j)} = (\delta Z_i^+)_{j+1} - (\delta Z_i^+)_j, \end{aligned} \quad (30)$$

Như vậy trong bài toán xác định chuyển dịch không gian của các điểm thuộc mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do, điều kiện tiên quyết nhằm đảm bảo sự cố định của điểm trọng tâm với các thành phần tọa độ không gian  $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$  của mạng lưới này là không thay đổi (thêm, bớt, thay đổi vị trí các điểm) các điểm trắc địa và không thay đổi các tọa độ không gian gần đúng  $X^0, Y^0, Z^0$  của các điểm giữa các chu kỳ đo lặp.

Với sự thỏa mãn điều kiện tiên quyết này, ngay cả khi không sử dụng các tọa độ không gian trung tâm (28), từ công thức (26) hoặc (27a) chúng ta cũng nhận được công thức (30). Do đó cũng tương tự như đối với mạng lưới (x,y) - tự do, mạng lưới thủy chuẩn tự do, do sự không khác nhau khi sử dụng các tọa độ không gian gần đúng  $X^0, Y^0, Z^0$  và các tọa độ không gian trung tâm  $\bar{X}^0, \bar{Y}^0, \bar{Z}^0$  của điểm trắc địa thuộc mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do trong việc lập phương trình số cải chính (1) và xác định các thành phần chuyển dịch không gian của các điểm trắc địa giữa hai chu kỳ đo lặp theo các công thức (26) và (29), nên trong các tài liệu về trắc địa hầu như không đề cập đến khái niệm về các tọa độ không gian trung tâm. Tuy nhiên việc sử dụng các tọa độ không gian trung tâm giúp chúng ta làm rõ một vấn đề: Các vectơ chuyển dịch không gian của một điểm được xác định giữa hai chu kỳ đo lặp là sự thay đổi các tọa độ không gian của điểm đó theo các trục tọa độ X, Y, Z của hệ tọa độ không gian trung tâm với điểm gốc hệ tọa độ là điểm trọng tâm có các thành phần tọa độ không gian  $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$  của mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do. Khi thỏa mãn điều kiện tiên quyết nêu trên, điểm trọng tâm này sẽ là điểm cố định trong tất cả các chu kỳ đo lặp. Điều này đảm bảo sự không đổi của hệ tọa độ không gian trung tâm mà dựa vào đó chúng ta xác định các vectơ chuyển dịch không gian của các điểm trong tất cả các chu kỳ đo lặp.

Như vậy các kết quả nghiên cứu trong các mục 2.2, 2.3 và 2.4 đã giải quyết được vấn đề 2 được nêu ở mục 1. Ngoài ra chúng còn giúp chúng ta trả lời câu hỏi thứ nhất trong vấn đề 3: Không thể sử dụng các điểm ổn định làm các điểm cố định để xác định các vectơ chuyển dịch của các điểm không ổn định giữa hai chu kỳ đo lặp.

### **2.5. Áp dụng phương pháp tương đối để xác định các vectơ chuyển dịch giữa hai chu kỳ đo lặp từ kết quả bình sai mạng lưới trắc địa tự do**

Đối với các mạng lưới (x,y) - tự do, thủy chuẩn tự do và mạng lưới GPS (X,Y,Z) - tự do, việc thỏa mãn điều kiện tiên quyết được trình bày trong các mục 2.2, 2.3, 2.4 sẽ dẫn đến sự không đổi của vectơ ẩn số gần đúng  $T^{(0)}$  trong công thức (3), ngoài ra số lượng và dạng các trị đo giữa các chu kỳ đo lặp là như nhau. Điều này có nghĩa là ma trận hệ số A trong hệ phương trình (1) và vectơ - hàm liên hệ  $\varphi(T^{(0)})$  trong công thức (3) là không đổi. Khi đó

với các vectơ trị đo  $Y_j$  và  $Y_{j+1}$  nhận được trong các chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ , từ hệ phương trình (1) và điều kiện (2) được lập đối với vectơ các trị đo trong từng chu kỳ đo lặp, chúng ta có thể lập phương trình số cải chính của hiệu các vectơ trị đo này ở các dạng sau:

$$V_{j,j+1} = A_{n \times k} \cdot (\delta)_{j,j+1} + (L)_{j,j+1}, \quad (31)$$

với ma trận trọng số  $(P)_{j,j+1}$ , dưới điều kiện

$$\overline{B}^T \cdot (\delta)_{j,j+1} = 0, \quad (32)$$

ở đây  $(\delta)_{j,j+1}$  - vectơ chuyển dịch của các điểm giữa hai chu kỳ đo lặp  $j$  và  $j+1$ , vectơ số hạng tự do  $(L)_{j,j+1} = Y_{j+1} - Y_j$ .

Việc lập và giải hệ phương trình số cải chính hiệu các trị đo lặp (31) với điều kiện (32) xác định bản chất của phương pháp tương đối trong nghiên cứu xác định các vectơ chuyển dịch của các điểm theo hai chu kỳ đo lặp mạng lưới trắc địa tự do. Trường hợp giải hệ phương trình các trị đo (1) với điều kiện (2) trong từng chu kỳ đo lặp xác định bản chất của phương pháp tuyệt đối trong nghiên cứu xác định các vectơ chuyển dịch của các điểm theo hai chu kỳ đo lặp mạng lưới trắc địa tự do. Phương pháp tương đối có những ưu điểm nổi bật so với phương pháp tuyệt đối ở các điểm sau:

- Trong vectơ số hạng tự do  $(L)_{j,j+1} = Y_{j+1} - Y_j$  có thể loại bỏ các sai số hệ thống còn dư (nếu chúng tồn tại) trong hiệu các trị đo lặp;
- Thời gian tính toán giảm 2 lần so với trường hợp bình sai riêng rẽ mạng lưới trắc địa tự do theo từng chu kỳ đo lặp.

Với những ưu điểm nêu trên, phương pháp tương đối đã được sử dụng rộng rãi trong phương pháp xác định chuyển dịch vỏ Trái đất nhờ bình sai mạng lưới trắc địa tự do, ví dụ trong [1, 5, 10, 11]. Tuy nhiên đây chỉ là kỹ thuật giải quyết hiệu quả bài toán được đặt ra và nó không có cơ sở lý luận để giải quyết các vấn đề được xem xét trong bài báo này.

### 3. Kết luận

Các kết quả nghiên cứu trong bài báo này làm sáng tỏ nguyên lý "Dĩ bất biến ứng vạn biến" được sử dụng rộng rãi trong phương pháp nghiên cứu xác định sự chuyển dịch của vỏ Trái đất. Khi sử dụng phương pháp bình sai mạng lưới trắc địa tự do để xác định sự chuyển dịch của vỏ Trái đất theo các chu kỳ đo lặp, điểm cố định (khi xác định chuyển dịch ngang và chuyển dịch không gian) hoặc mặt cố định (khi xác định chuyển dịch đứng) là điểm trọng tâm hoặc mặt trung bình của mạng lưới trắc địa tự do được xác định nhờ vectơ các tham số ẩn gắn đứng (tọa độ hoặc độ cao) của mạng lưới đó và sự cố định của điểm hoặc mặt nêu trên được đảm bảo nhờ điều kiện tiên quyết không thay đổi cấu hình và vectơ các tham số ẩn gắn đứng các điểm của mạng lưới. Điểm trọng tâm của mạng lưới  $(x,y)$  - tự do là gốc của hệ tọa độ phẳng trung tâm, thêm vào đó hệ tọa độ phẳng trung tâm là cơ sở để xác định các tọa độ phẳng trung tâm của các điểm trắc địa và các thành phần chuyển dịch ngang của các điểm không ổn định giữa hai chu kỳ đo lặp. Điểm trọng tâm của mạng lưới GPS  $(X,Y,Z)$  - tự do là gốc của hệ tọa độ không gian trung tâm, thêm vào đó hệ tọa độ không gian trung tâm là cơ sở để xác định các tọa độ không gian trung tâm của các điểm trắc địa và các thành phần chuyển dịch không gian của các điểm không ổn định giữa hai chu kỳ đo lặp vỏ Trái đất. Mặt trung bình của mạng lưới thủy chuẩn tự do được xác định bởi độ cao trung bình của các mốc và là cơ sở để xác định độ cao trung tâm của các mốc thủy

chuẩn và xác định tốc độ chuyển dịch đứng của các mốc không ổn định giữa hai chu kỳ đo lặp./.

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

[1]. Các phương pháp trắc địa nghiên cứu biến dạng vỏ Trái đất trên các poligon địa động lực. (1985). Tổng cục Trắc địa và Bản đồ Liên Xô. Matxcơva, TXNHIIIGAiK. 112 trg. (Tiếng Nga).

[2]. Markuze lu.I. (1989). Các thuật toán để bình sai các mạng lưới trắc địa trên máy tính điện tử. Matxcơva, Nedra, 248 trg. (Tiếng Nga).

[3]. Markuze lu.I. (2005). Lý thuyết hiệu chỉnh các trị đo trắc địa. Quyển 2: Các cơ sở của phương pháp bình phương nhỏ nhất và tính toán bình sai. Matxcơva, MIIGAiK, 2005. 280 trg. (Tiếng Nga).

[4]. Sillard P., Boucher C.A. (2001). Review of algebraic constraints in terrestrial reference frame definition. Journal of Geodesy, V.75: 63 – 73. Springer – Verlag.

[5]. Hà Minh Hoà. (1986). Sử dụng ma trận G – nghịch đảo trong việc bình sai mạng lưới trắc địa tự do và áp dụng trong việc bình sai kiểm tra sự ổn định của mạng lưới thuỷ chuẩn gốc quốc gia. Báo cáo tổng kết đề tài NCKH cấp Cục Đo đạc và Bản đồ Nhà nước. Cục Đo đạc và Bản đồ Nhà nước. 51 trg.

[6]. Hà Minh Hoà, Trần Văn Năm. 1998). Phát triển phương pháp bình sai khối các mạng lưới trắc địa mặt bằng. Báo cáo khoa học. Quyển 4: Trắc địa, Địa chính, Bản đồ. Hội nghị Khoa học lần thứ 13. Trường Đại học Mở - Địa chất. Trg.46-50.

[7]. Hà Minh Hoà. (1998). Ghép nối khối  $(x,y,m,\alpha)$  - tự do vào hệ tọa độ thống nhất trong bài toán bình sai khối mạng lưới trắc địa mặt bằng. Đặc san Khoa học và Công nghệ Địa chính. Tháng 12/1998. Viện Khoa học và Công nghệ Địa chính. Trg.22-28.

[8]. Hà Minh Hoà. (2004). Nghiên cứu một số cơ sở lý thuyết của phương pháp bình sai mạng lưới trắc địa tự do dựa trên không gian vectơ  $Ocdid$ . Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Mở - Địa chất, số 6-2004, trg.70-73. Trường Đại học Mở - Địa chất.

[9]. Hà Minh Hoà. (2005). Mô hình tổng quát của bài toán bình sai khối mạng lưới trắc địa lớn theo phương pháp cố định các ẩn số cần thiết. Tạp chí Địa chính. Số 6, Tháng 12/2005. Trg.38-44. Viện Nghiên cứu Địa chính.

[10]. Hà Minh Hoà, Nguyễn Ngọc Lâu, Dương Chí Công và nnk. (2006). Nghiên cứu ứng dụng công nghệ GPS để xác định chuyển dịch vỏ Trái đất trên khu vực đứt gãy Lai Châu - Điện Biên. Báo cáo tổng kết khoa học và kỹ thuật đề tài NCKH cấp Bộ Tài nguyên và Môi trường giai đoạn 2004 – 2006. Bộ tài nguyên và Môi trường. 309 trg.

[11]. Hà Minh Hoà, Nguyễn Ngọc Lâu, Dương Chí Công và nnk. (2009). Xây dựng lưới GPS địa động lực Sông Mã phục vụ công tác dự báo tai biến tự nhiên vùng Tây Bắc Việt Nam. Báo cáo tổng kết khoa học và kỹ thuật Dự án thử nghiệm cấp Bộ Tài nguyên và Môi trường giai đoạn 2006 – 2008. Bộ tài nguyên và Môi trường. 81 trg.

[12]. Lasenco V.R., Iambae H.K. (2007). Giám sát trắc địa chuyển dịch của vỏ Trái đất. Matxcơva, IZD. MIIGAiK, 208 trg. (Tiếng Nga).

*(Xem tiếp trang 25)*

[2]. Phạm Hoàng Lân (2009). Báo cáo tổng kết khoa học và kỹ thuật. Đề tài: "Nghiên cứu thiết lập hệ thống độ cao chuẩn thống nhất cho cả lãnh thổ và lãnh hải Việt Nam trên cơ sở không sử dụng mặt nước biển trung bình". Viện Khoa học Đo đạc và Bản đồ, Bộ Tài nguyên và Môi trường. Hà Nội, 2009, 195 tr.

[3]. Demyanov G. V. (2004). Xây dựng các nguyên tắc phát triển hệ thống độ cao chuẩn trên cơ sở các công nghệ vệ tinh hiện đại. Tóm tắt Luận án TSKH. Matxcơva, 2004, tiếng Nga

[4]. Hofman-Wellenhof B., Moritz H. (2007). Trắc địa vật lý. Nhà xuất bản MII GAiK. Matxcơva, 2007, tiếng Nga (dịch

từ tiếng Anh), 410 tr.

[5]. Hussein A. Abd-Elmotaal. A gravimetric geoid for Egypt derived by FFT technique- EGGG2000. Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Minia University, Egypt

[6]. Kotsakis C. (2008). Transforming ellipsoidal heights and geoid undulations between different geodetic reference frames. Journal of Geodesy, v.82, n.4-5, April 2008

[7]. Forsberg R., Tscherning C. (2008). An overview manual for the GRAVSOFT (Geodetic Gravity Field Modelling Programs), 2 edition, August 2008.○

### **Summary**

#### **LOCAL QUASIGEOID AND GLOBAL QUASIGEOID**

*Pham Hoang Lan*

*Hanoi University of Mining and Geology*

*Neyman Yu. M.*

*Moscow state university of Geodesy and Cartography*

It is known that the height anomalies computed with gravity data by use of numerical integration, fast Fourier transformation or collocation and others normally determine the global quasigeoid concerned to the global reference system and the globally averaged equipotential surface of the initial point. But different territories are interested in having their own tide-gauge. The value of a gravity potential at such local tide-gauge is practically unknown and differs from the global one. This causes changes of the received normal height and height anomaly. In the paper there are given an overview of the calculations allowing to evaluate dislocations of the local quasigeoid compared to the corresponding global surface and introduced some results of the relevant experiments in Vietnam.○

### **QUAY TRỞ LẠI VẤN ĐỀ.....**

*(Tiếp theo trang 17)*

### **Summary**

#### **BACK TO A PROBLEM OF USING OF FREE NETWORK ADJUSTMENT METHOD FOR THE ESTIMATION OF EARTH CRUSTAL MOVEMENT**

*Ass. Prof. Dr.Sc. Ha Minh Hoa*

*Vietnam Institute of Geodesy and Cartography*

This scientific article considers problems related to determination of fixed point (or surface) for estimation horizontal, space movement vectors (or vertical movement) of Earth crustal from results of the free network adjustment. Reserch results in this article takes a profundity of theoretic base of using of free network adjustment method for the estimation of Earth crustal movement.○